

MODELAMIENTO DEL RÉGIMEN ESTACIONARIO DE UN CONVERTIDOR ELEVADOR DE ALTA GANANCIA CON BAJO ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA

ARTÍCULO CIENTÍFICO

RECIBIDO: 15/09/2019 ACEPTADO: 15/03/2020 ÚLTIMA VERSIÓN: 15/07/2020

STEADY REGIME MODELING OF A HIGH GAIN BOOST CONVERTER WITH LOW ENERGY STORAGE

¹ Nicolás Alejandro López Varón

² Oswaldo López Santos

Como citar este artículo: Lopez, N; Lopez, O, (2020) Modelamiento del régimen estacionario de un convertidor elevador de alta ganancia con bajo almacenamiento de energía, revista Dynamikos 1 (2). Recuperado de: <https://teinco.edu.co/wp-content/uploads/2021/07/Revista-Dinamicos-No2.pdf>

RESUMEN:

En este artículo se estudia de forma detallada el régimen estacionario del convertidor elevador cuadrático con bajo almacenamiento de energía recientemente introducido en la literatura. Entre las principales características de este convertidor está el bajo rizado en el voltaje de salida, que permite obtener las mismas prestaciones de otro convertidor elevador cuadrático, pero usando condensadores de menor tamaño, reduciendo la energía almacenada y mejorando la respuesta dinámica. El análisis detallado del convertidor permite determinar el modelo matemático que reproduce las formas de onda de las corrientes en los inductores y los voltajes en los capacitores, precisando el comportamiento del rizado en el voltaje de salida. Como resultado, se tiene un mejor entendimiento del comportamiento del factor de rizado del convertidor lo cual es un insumo nuevo para facilitar su integración en aplicaciones prácticas que requieran altas ganancias, como es el caso del uso de energías renovables. Los modelos obtenidos son validados con resultados de simulación.

PALABRAS CLAVE: Modelamiento de estado estable, convertidor de alta ganancia, convertidor elevador cuadrático, convertidor DC-DC, bajo almacenamiento de energía.

SUMARIO:

1. Introducción. 2. Análisis del convertidor. 2.1. Modelamiento del circuito. 2.2. Análisis de las formas de onda. 2.3. Análisis del rizado en el voltaje de salida. 2.4. Instrumentos de recogida de información. 3. Resultados. 4. Conclusiones. 5. Referencias.

ABSTRACT:

In this paper, the steady-state of a new topology of high-gain boost converter is studied. The selected topology corresponds to the low-stored energy quadratic boost converter recently introduced in literature. Among its main features, this converter shows low ripple in the output voltage, with which its use allows provide the same characteristics of similar topologies but using capacitors with lower size. This fact also implies a reduction in the stored energy improving the dynamic response. A detailed analysis of the converter allows to deduce the mathematical model which reproduces the waveforms of the inductor currents and capacitor voltages, also allowing to obtain the behavior of the output voltage ripple. As a results, a better understanding of the ripple factor of the converter is obtained facilitating its integration in practical applications requiring high gains such as in the case of renewable energies. The obtained model is validated using simulation results.

KEYWORDS: Steady-state modeling, high-gain converter, quadratic boost converter, DC-DC converter, low stored energy.

CONTENTS: 1. Introduction. 2. Converter analysis. 2.1. Circuit modelling. 2.2. Waveforms analysis. 2.3. Output voltage ripple analysis. 2.4. Instruments for collecting information. 3. Results. 4. Conclusions. 5. References.

1 Estudiante de Ingeniería Electrónica – Universidad de Ibagué, UI, Colombia - 2420151035@estudiantesunibague.edu.co

2 Profesor del programa de Ingeniería Electrónica - Universidad de Ibagué, UI, Colombia – oswaldo.lopez@unibague.edu.co

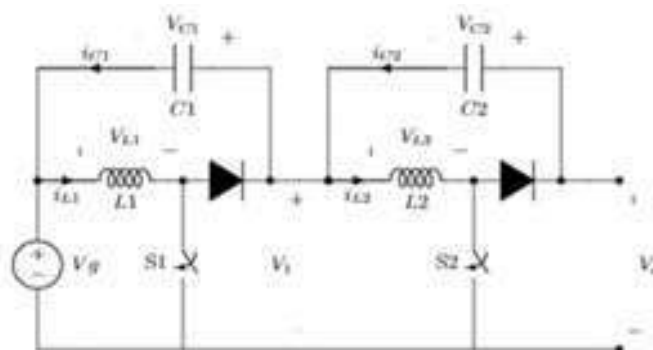
1. INTRODUCCIÓN

Los convertidores de potencia han sido utilizados por muchos años en distintas ramas de la tecnología creando una amplia gama de aplicaciones. Entre ellas, en años recientes, las más comúnmente conocidas pueden ser los sistemas de generación basados en energías renovables, tales como las microrredes, las cuales pueden integrar paneles solares, turbinas eólicas y baterías, produciendo un nivel de voltaje de distribución mayor al suministrado por cada uno de los elementos generadores. En particular, esta característica es aportada por convertidores de ganancia elevadora.

Los convertidores elevadores convencionales pueden aprovecharse teóricamente para obtener altas ganancias, a cambio de utilizar niveles de ciclo útil extremadamente altos. Sin embargo, estas altas ganancias no son alcanzables prácticamente por distintas razones. La primera razón es que los elementos parásitos dentro de los componentes inductivos, capacitivos y los semiconductores del convertidor, producen caídas de tensión y pérdidas de potencia que se reflejan en una notable reducción de ganancia con respecto a su versión teórica. En la literatura existen cuatro posibles soluciones conocidas para incrementar considerablemente la ganancia: 1) usar topologías que incluyan un transformador de potencia operando a alta frecuencia; 2) usar topologías que incluyan elementos resonantes; 3) emplear topologías compuestas de multi-etapas del mismo convertidor sin uso de transformadores; y 4) desarrollar topologías con ganancias cuadráticas. Las dos últimas soluciones son preferidas debido a que no se incrementa la complejidad del circuito ni se requieren elementos de aislamiento adicionales que incrementen el tamaño y el costo del montaje [1]-[7]. Es importante mencionar que al usar dos o tres convertidores en cascada es posible obtener la versión cuadrática o cúbica de su ganancia, respectivamente. En los convertidores elevadores cuadráticos y cúbicos, se ha observado que las pérdidas por conducción aportadas por los elementos parásitos se ven incrementadas debido a la posición de los semiconductores en cada etapa del convertidor. Esto implica, por ejemplo, que más allá de la topología cuadrática, las topologías obtenidas tendrán menor eficiencia y por lo tanto su capacidad de conversión estará más limitada [8]. Por esta razón, los convertidores cuadráticos son la alternativa idónea para obtener mayor ganancia sin ver comprometida la eficiencia [9].

Esta investigación en particular nace de la necesidad de estudiar una topología de convertidor elevador de alta ganancia con bajo almacenamiento de energía, presentada recientemente en la literatura [10]. Hacer uso práctico y aprovechar al máximo las características que lo hacen especial frente a otras posibles topologías de convertidores elevadores cuadráticos son los principales objetivos del estudio. Primero, es importante mencionar, que se le reconoce la posibilidad de ofrecer la misma ganancia de otros convertidores elevadores cuadráticos sin incrementar el número de elementos en el circuito o comprometer la eficiencia. Como característica especial, se reconoce que, considerando la posición de los interruptores controlados en el circuito, es posible producir la cancelación del rizado en el voltaje de salida, o su minimización como ocurriría en el caso no ideal. También, debido a la posición de los condensadores en el circuito, es posible obtener el mismo rizado en el voltaje de salida usando condensadores de menor tamaño, lo que a su vez implica una reducción en la energía almacenada. La topología del convertidor estudiado se muestra en la ilustración 1.

Ilustración 1. Convertidor propuesto a estudiar.



Fuente: Autores, 2020.

En este artículo se desarrolla el procedimiento matemático necesario para encontrar el comportamiento de estado estable del convertidor elevador cuadrático con bajo almacenamiento de energía. En la sección 2, se parte de un análisis de circuitos que deriva en un análisis matemático que permite obtener las expresiones que modelan las corrientes en los inductores y los voltajes en los capacitores. Luego, a partir de dichas expresiones, se analiza el factor de rizado en la tensión de salida del convertidor usando un algoritmo desarrollado en MATLAB, el cual encuentra la forma de onda del voltaje de salida en el convertidor. Los resultados son validados contrastándolos con las simulaciones del circuito conmutado simulado en PSIM en la sección 3. Para finalizar, en la sección 4 se presentan las conclusiones y propuestas de trabajo futuro.

2. ANÁLISIS DEL CONVERTIDOR

2.1 Modelamiento del circuito

En esta sección se estudiará la operación del convertidor elevador cuadrático propuesto en [10], el cual se muestra en la ilustración 1. Los interruptores controlados S1 y S2 son operados a la misma frecuencia usando señales con el mismo ciclo útil pero desfasadas 180° entre ellas. Esto se traduce en que el inicio de la señal de disparo del interruptor S2 se produce cuando señal de disparo del interruptor S1 se encuentra a la mitad de su periodo. Al poseer el convertidor dos etapas de conversión y dos interruptores controlados operados con desfaseamiento se producen cuatro posibles estructuras de circuito definidas por la conmutación de S1 y S2. Estos estados poseen las relaciones en voltajes en los inductores y corrientes en los capacitores definidas en la tabla 1, las cuales serán la base para desarrollar el modelo de régimen estacionario.

Las variables v_{L1} y v_{L2} definen los voltajes en los inductores L1 y L2 mientras que las variables i_{L1} e i_{L2} definen sus corrientes. Para los capacitores C1 y C2, las corrientes son definidas con las variables i_{C1} e i_{C2} . El voltaje en la salida de la primera etapa del convertidor se denomina v_1 mientras que la salida de la segunda etapa se obtiene como $v_o = v_g + v_{C1} + v_{C2}$ en donde v_{C1} e v_{C2} definen los voltajes en los capacitores.

La resistencia R es la carga conectada al circuito y define la corriente de salida del circuito $i_o = v_o / R$.

Tabla 1. Circuitos equivalentes de acuerdo al estado de conmutación de S1 y S2.

Es tado	S1	S2	Circuito equivalente	Variables en el circuito
00	Off	Off		$\begin{aligned} V_{L1} &= v_g - v_1 \\ V_{L2} &= v_1 - v_o \\ i_{C1} &= i_{L1} - i_o \\ i_{C2} &= i_{L2} - i_o \end{aligned}$
10	On	Off		$\begin{aligned} V_{L1} &= v_g \\ V_{L2} &= v_1 - v_o \\ i_{C1} &= -i_o \\ i_{C2} &= i_{L2} - i_o \end{aligned}$
01	Off	On		$\begin{aligned} V_{L1} &= v_g - v_1 \\ V_{L2} &= v_1 \\ i_{C1} &= i_{L1} - i_{L2} - i_o \\ i_{C2} &= -i_o \end{aligned}$
11	On	On		$\begin{aligned} V_{L1} &= v_g \\ V_{L2} &= v_1 \\ i_{C1} &= -i_{L2} - i_o \\ i_{C2} &= -i_o \end{aligned}$

Fuente: Autores, 2020.

Sin embargo, dada la configuración de las señales de conmutación, los cuatro estados no se presentan en un periodo de conmutación ya que solamente tres de ellos aparecerán dependiendo del valor instantáneo del ciclo útil (D). Por esta razón, el estudio del convertidor se realiza para dos rangos de ciclo útil, uno para valores por debajo del 50% (aparecerán los estados 00, 01 y 10) y otro para valores mayores al 50% (aparecerán los estados 11, 01 y 10). En la frontera que corresponde al ciclo útil del 50%, el comportamiento puede ser descrito por el modelo de cualquiera de los rangos definidos previamente.

A partir de las expresiones en la tabla 1 y el análisis de los tiempos que transcurren en cada uno de los estados se obtienen los equilibrios en los elementos que acumulan energía en el convertidor. Para encontrarlos se desarrolla el balance voltios-segundos en los inductores y el balance de carga en los capacitores. Como conclusión del desarrollo de estos balances, se encuentran las expresiones que determinan los valores promedios de las variables internas del convertidor y que se listan en la tabla 2.

Tabla 2. Balance de carga y balance voltios-segundo

D	Balance de carga	Balance voltios-segundo
<50 %	$\begin{aligned} (i_{L2} - i_o)D + (i_{L2} - i_o)(1 - 2D) - i_o D &= 0 \\ I_{L2} = \frac{I_o}{1 - D} = \frac{V_o}{R(1 - D)} \\ -i_o D + (i_{L1} - I_o)(1 - 2D) + (i_{L1} - i_{L2} - i_o)D &= 0 \\ I_{L1} = \frac{I_o}{(1 - D)^2} = \frac{V_g}{R(1 - D)^4} \end{aligned}$	$\begin{aligned} v_g D + (v_g - v_1)(1 - 2D) + (v_g - v_1)D &= 0 \\ V_1 = \frac{V_g}{(1 - D)} \\ (v_1 - v_o)D + (v_1 - v_o)(1 - 2D) + v_1 D &= 0 \\ V_o = \frac{V_1}{1 - D} = \frac{V_g}{(1 - D)^2} \end{aligned}$
>50 %	$\begin{aligned} (i_{L2} - i_o)(1 - D) + (-i_o)(2D - 1) - i_o(1 - D) &= 0 \\ I_{L2} = \frac{I_o}{1 - D} = \frac{V_o}{R(1 - D)} \\ -i_o(1 - D) + (-i_{L2} - I_o)(2D - 1) + (i_{L1} - i_{L2} - i_o)(1 - D) &= 0 \\ I_{L1} = \frac{I_o}{(1 - D)^2} = \frac{V_g}{R(1 - D)^4} \end{aligned}$	$\begin{aligned} v_g(1 - D) + (v_g) * (2D - 1) + (v_g - v_1)(1 - D) &= 0 \\ v_1 = \frac{v_g}{(1 - D)} \\ (v_1 - v_o)(1 - D) + (v_1)(2D - 1) - D &= 0 \\ V_o = \frac{V_1}{1 - D} = \frac{V_g}{(1 - D)^2} \end{aligned}$

Fuente: Autores, 2020.

2.2 ANÁLISIS DE LAS FORMAS DE ONDA

A partir de los voltajes de equilibrio es posible determinar la forma de onda que tendrán las corrientes de los inductores en cada una de las dos regiones de ciclo útil y cada uno de los tramos definidos por los estados (00, 01, 10, 11). Para ello se parte de la expresión $v_L = L (di_L/dt)$ que para el caso de una señal triangular puede ser usada para determinar las pendientes en cada uno de los estados cuya tendencia puede resultar creciente o decreciente de acuerdo con el estado de los interruptores. Las tablas 3 y 4 resumen las expresiones de corriente obtenidas en donde F_s es la frecuencia de conmutación del convertidor.

Tabla 3. Definición a tramos de las formas de onda de la corriente en los inductores para $D < 50\%$.

Corriente	Tendencia	Estado	Forma de onda
$i_{L1}(t)$	Creciente	10	$\frac{v_g}{L_1}t + \frac{v_g}{R(1-D)^4} - \frac{v_g D}{2L_1 f_s}$
	Decreciente	0X	$-\frac{v_g D}{L_1(1-D)}t + \frac{v_g}{R(1-D)^4} + \frac{v_g D(1+D)}{2L_1 f_s(1-D)}$
$i_{L2}(t)$	Creciente	01	$\frac{v_g}{L_2(1-D)}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} - \frac{v_g(1+D)}{2L_2(1-D)f_s}$
	Decreciente	10	$-\frac{v_g D}{L_2(1-D)^2}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} - \frac{v_g D^2}{2L_2(1-D)^2 f_s}$
		00	$-\frac{v_g D}{L_2(1-D)^2}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} + \frac{v_g D(2+D)}{2L_2(1-D)^2 f_s}$

Fuente: Autores, 2020.

Tabla 4. Definición a tramos de las formas de onda de la corriente en los inductores para $D > 50\%$.

Corriente	Tendencia	Estado	Forma de onda
$i_{L1}(t)$	Creciente	1X	$\frac{v_g}{L_1}t + \frac{v_g}{R(1-D)^4} - \frac{v_g D}{2L_1 f_s}$
	Decreciente	01	$-\frac{v_g D}{L_1(1-D)}t + \frac{v_g}{R(1-D)^4} + \frac{v_g D(1+D)}{2L_1 f_s(1-D)}$
$i_{L2}(t)$	Creciente	11	$\frac{v_g}{L_2(1-D)}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} + \frac{v_g(1-D)}{2L_2(1-D)f_s}$
		01	$\frac{v_g}{L_2(1-D)}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} - \frac{v_g(1+D)}{2L_2(1-D)f_s}$
	Decreciente	10	$-\frac{v_g D}{L_2(1-D)^2}t + \frac{v_g}{R(1-D)^3} + \frac{v_g D^2}{2L_2(1-D)^2 f_s}$

Fuente: Autores, 2020.

De la misma forma que se encontraron las formas de onda de corriente en los inductores se puede llegar a las formas de onda de corriente en los capacitores, a partir de las expresiones en la tabla 1. Las expresiones resultantes se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Definición a tramos de las formas de onda de la corriente en los capacitores.

$< 50\%$	$> 50\%$
$i_{C1}(t) = \begin{cases} -i_o & ; 0 < t < T_s D \\ i_{L1} - i_o & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} \\ i_{L1} - i_{L2} - i_o & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ i_{L1} - i_o & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < T_s \end{cases}$	$i_{C1}(t) = \begin{cases} -i_{L2} - i_o & ; 0 < t < T_s D - \frac{T_s}{2} \\ -i_o & ; T_s D - \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} \\ -i_{L2} - i_o & ; \frac{T_s}{2} < t < T_s D \\ i_{L1} - i_{L2} - i_o & ; T_s D < t < T_s \end{cases}$
$i_{C2}(t) = \begin{cases} i_{L2} - i_o & ; 0 < t < T_s D \\ i_{L2} - i_o & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} \\ -i_o & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ i_{L2} - i_o & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < T_s \end{cases}$	$i_{C2}(t) = \begin{cases} -i_o & ; 0 < t < T_s D - \frac{T_s}{2} \\ i_{L2} - i_o & ; T_s D - \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} \\ -i_o & ; \frac{T_s}{2} < t < T_s D \\ -i_o & ; T_s D < t < T_s \end{cases}$

Fuente: Autores, 2020.

Con las expresiones que aportan las tablas 3 y 4 se procede a encontrar explícitamente las expresiones que describen las corrientes en los capacitores. Este procedimiento se desarrolla para ambas regiones de funcionamiento del ciclo útil.

$D < 50\%$: De las tablas 3 y 5, se obtienen las formas de onda de $i_{C1}(t)$ e $i_{C2}(t)$:

$$i_{C1}(t) = \begin{cases} -\frac{V_g D}{R(1-D)^2} & ; 0 < t < T_s D \\ \frac{-V_g D}{L_1(1-D)}t + \frac{V_g(2-D)D}{R(1-D)^4} + \frac{V_g D(1+D)}{2(1-D)L_1 f_s} & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} \\ \frac{-V_g(L_1 + L_2 D)}{L_1 L_2(1-D)}t - \frac{V_g(1-3D+D^2)}{R(1-D)^4} + \frac{V_g(1+D)(L_1 + L_2 D)}{2(1-D)L_1 L_2 f_s} & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g D}{L_1(1-D)}t + \frac{V_g(2-D)D}{R(1-D)^4} + \frac{V_g D(1+D)}{2(1-D)L_1 f_s} & ; T_s D < t < T_s \end{cases} \quad (1)$$

$$i_{C2}(t) = \begin{cases} -\frac{V_g D}{L_2(1-D)^2}t + \frac{V_g D}{R(1-D)^3} + \frac{V_g D^2}{2(1-D)^2 L_2 f_s} & ; 0 < t < \frac{T_s}{2} \\ \frac{-V_g}{R(1-D)^2}t & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g D}{L_2(1-D)^2}t + \frac{V_g D}{R(1-D)^3} + \frac{V_g D(2+D)}{2(1-D)^2 L_2 f_s} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < T_s \end{cases} \quad (2)$$

A partir de las expresiones anteriores se procede a encontrar las expresiones que describen los voltajes en los capacitores.

$$v_{C1}(t) = \begin{cases} -\frac{V_g}{RC_1(1-D)^2}t + K_{C11} & ; 0 < t < T_s D \\ \frac{-V_g D}{2C_1 L_1(1-D)}t^2 + V_g \left(\frac{D(2-D)}{RC_1(1-D)^4} + \frac{D(1+D)}{2C_1 L_1 f_s(1-D)} \right)t - \frac{V_g(L_2 D + L_1)}{2C_1 L_1 L_2(1-D)}t^2 - \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{(1-3D+D^2)}{R(1-D)^4} - \frac{(1+D)(L_2 D + L_1)}{2L_1 L_2 f_s(1-D)} \right) & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} \\ \frac{-V_g D}{2C_1 L_1(1-D)}t^2 + \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{D(2-D)}{R(1-D)^4} + \frac{D(1+D)}{2L_1 f_s(1-D)} \right)t + I & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g D}{2C_1 L_1(1-D)}t^2 + \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{D(2-D)}{R(1-D)^4} + \frac{D(1+D)}{2L_1 f_s(1-D)} \right)t + I & ; T_s D < t < T_s \end{cases} \quad (3)$$

$$v_{C2}(t) = \begin{cases} -\frac{V_g D}{2L_2 C_2(1-D)^2}t^2 + \frac{V_g}{C_2} \left(\frac{D}{R(1-D)^3} + \frac{D^2}{2L_2 f_s(1-D)^2} \right)t + K_{C21} & ; 0 < t < \frac{T_s}{2} \\ -\frac{V_g}{RC_2(1-D)^2}t + K_{C22} & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g D}{2C_2 L_2(1-D)^2}t^2 + \frac{V_g}{C_2} \left(\frac{D}{R(1-D)^3} + \frac{D(2+D)}{2L_2 f_s(1-D)^2} \right)t + K_{C23} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < T_s \end{cases} \quad (4)$$

Finalmente, se obtiene la expresión para el voltaje de salida en el convertidor ($D < 50\%$) considerando que

$$v_o(t) = V_g + \begin{cases} G_1 \left[\left(\frac{DC_1 - (1-D)C_2}{RDC_2C_1(1-D)} + \frac{D}{2C_2L_2f_s} \right) t - \frac{1}{2L_2C_2} t^2 \right] + K_1 & ; 0 < t < T_s D \\ G_1 \left[\left(\frac{C_a}{RC_1C_2(1-D)^2} + \frac{L_2C_b + L_1C_1D}{2C_1L_1C_2L_2f_s} \right) t - \frac{(L_1C_1 + L_2C_2(1-D))}{2L_2L_1C_1C_2} t^2 \right] + K_2 & ; T_s D < t < (5) \\ G_1 \left[\left(\frac{(1-D^2)L_a}{2DL_1L_2C_1f_s} - \frac{(1-3D+D^2)C_2 + (1-D)^2C_1}{RC_1C_2D(1-D)^2} \right) t - \frac{L_a(1-D)}{2DC_1L_1L_2} t^2 \right] + K_3 & ; \frac{T_s}{2} < t < \frac{T_s}{2} + T_s \\ G_1 \left[\left(\frac{C_a}{RC_1C_2(1-D)^2} + \frac{C_bL_2 + C_1L_1(2+D)}{2C_1L_1C_2L_2f_s} \right) t - \frac{C_2L_2(1-D) + C_1L_1}{2C_1L_1C_2L_2} t^2 \right] + K_4 & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < \end{cases}$$

$$v_o = v_g + v_{c1} + v_{c2}:$$

, donde $C_a = C_1(1-D) + C_2(2-D)$, $C_b = C_2(1-D^2)$, $L_a = L_2D + L_1$, $K_1 = K_{C11} + K_{C21}$, $K_2 = K_{C12} + K_{C21}$, $K_3 = K_{C13} + K_{C22}$, $K_4 = K_{C14} + K_{C23}$ y $G_1 = \frac{V_g D}{(1-D)^2}$.

Las constantes para las ecuaciones 3 y 4 son encontradas matemáticamente a partir de la solución de los siguientes sistemas lineales de ecuaciones, permitiendo posicionar la componente AC del voltaje de salida sobre su valor promedio que fue previamente determinado del análisis de equilibrio:

$$K_{C1} = \begin{bmatrix} K_{C11} \\ K_{C12} \\ K_{C13} \\ K_{C14} \end{bmatrix} = \frac{v_g T_s}{C_1(1-D)} B_{C1} A_{C1}^{-1} + \frac{v_g D}{(1-D)} \quad (6)$$

, donde

$$A_{C1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ D & 0.5-D & D & 0.5-D \end{bmatrix}$$

y

$$B_{C1} = \begin{bmatrix} \frac{D^2}{2L_1f_s} + \frac{D}{R(1-D)^3} \\ -\frac{D(1+2D)}{8L_1f_s} + \frac{(1+2D)(L_2D+L_1)}{8L_1L_2f_s} - \frac{(1-D)}{2R(1-D)^3} \\ -\frac{(1+2D)}{8L_2f_s} + \frac{(1-D)(1+2D)}{2R(1-D)^3} \\ -\frac{D(2+3D-12D^2-4D^3)}{24L_1f_s} - \frac{D(L_2D+L_1)(3+6D+2D^2)}{24L_1L_2f_s} + \frac{D(-1+2D-D^2)}{2R(1-D)^3} \end{bmatrix}$$

$$K_{C2} = \begin{bmatrix} K_{C21} \\ K_{C22} \\ K_{C23} \end{bmatrix} = \frac{v_g T_s}{C_2(1-D)^2} B_{C2} A_{C2}^{-1} + \frac{v_g D}{(1-D)^2} \quad (7)$$

, donde

$$A_{C2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0.5 & D & 0.5-D \end{bmatrix}$$

y

$$B_{C2} = \begin{bmatrix} \frac{D(1+D)}{2L_2f_s} + \frac{D}{R(1-D)} \\ -\frac{D(2+D)}{4L_2f_s} + \frac{1}{2R(1-D)} \\ \frac{D(-5+3D+12D^2+2D^3)}{24L_2f_s} + \frac{3D^2}{2R(1-D)} \end{bmatrix}$$

$D > 50\%$: De las tablas 4 y 5, se obtienen las formas de onda de $i_{c1}(t)$ e $i_{c2}(t)$:

$$i_{c1}(t) = \begin{cases} \frac{-V_g}{L_2(1-D)} t - \frac{V_g}{2L_2f_s} - \frac{V_g(2-D)}{R(1-D)^3} & ; 0 < t < T_s D \\ \frac{-V_g}{L_2(1-D)} t + \frac{V_g(1+D)}{2L_2(1-D)f_s} - \frac{V_g(2-D)}{R(1-D)^3} & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g(L_2D+L_1)}{L_1L_2(1-D)} t - \frac{V_g(1-3D+D^2)}{R(1-D)^4} + \frac{V_g(1+D)(L_2D+L_1)}{2L_1L_2(1-D)} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < \end{cases}$$

A partir de las expresiones encontradas para $i_{c1}(t)$ e $i_{c2}(t)$ se procede a encontrar las expresiones que describen la forma de onda de los voltajes en los capacitores.

$$v_{c1}(t) = \begin{cases} \frac{-V_g}{2L_2C_1(1-D)} t^2 - \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{1}{2L_2f_s} + \frac{2-D}{R(1-D)^3} \right) t + K_{C11} & ; 0 < t < T_s D \\ \frac{-V_g}{RC_1(1-D)^2} t + K_{C12} & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g}{2C_1L_2(1-D)} t^2 + \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{1+D}{2L_2f_s(1-D)} - \frac{2-D}{R(1-D)^3} \right) t + K_{C13} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s \\ \frac{-V_g(L_2D+L_1)}{2C_1L_1L_2(1-D)} t^2 - \frac{V_g}{C_1} \left(\frac{1-3D+D^2}{R(1-D)^4} - \frac{(1+D)(L_2D+L_1)}{2L_1L_2f_s(1-D)} \right) t + K_{C14} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s < t < \end{cases}$$

$$v_{c2}(t) = \begin{cases} \frac{-V_g}{RC_2(1-D)^2} t + K_{C21} & ; 0 < t < T_s D \\ \frac{-V_g D}{2C_2L_2(1-D)^2} t^2 + \frac{V_g}{C_2} \left(\frac{D}{R(1-D)^3} + \frac{D^2}{2L_2(1-D)^2} \right) & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ \frac{-V_g}{RC_2(1-D)^2} t + K_{C23} & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s \end{cases} \quad (11)$$

Para finalmente obtener la expresión para el voltaje de salida en el convertidor considerando que $v_o = v_g + v_{c1} + v_{c2}$:

$$v_o(t) = V_g + \begin{cases} G_1 \left[\frac{D-1}{2DL_2C_1} t^2 - \left(\frac{(2-D)C_2 + C_1(1-D)}{C_1C_2DR(1-D)} + \frac{D}{2L_2C_2f_s} \right) t \right] + K_1 & ; 0 < t < T_s D \\ G_1 \left[\left(\frac{C_1D - C_2(1-D)}{(1-D)DC_1C_2R} + \frac{D}{2L_2C_2f_s} \right) t - \frac{D(1-D)}{2L_2L_1C_1C_2} t^2 \right] + K_2 & ; T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D \\ G_1 \left[\left(\frac{1-D^2}{2L_2f_sC_1D} - \frac{C_1(1-D) + (2-D)}{RDC_1C_2(1-D)} \right) t - \frac{(1-D^2)(L_2D+L_1)}{2L_1L_2f_sC_1D} t^2 \right] + K_3 & ; \frac{T_s}{2} + T_s D < t < \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s \\ G_1 \left[\left(\frac{(1-D^2)(L_2D+L_1)}{2L_1L_2f_sC_1D} - \frac{C_2(1-3D+D^2) + C_1(1-D)}{C_1C_2DR(1-D)^2} \right) t - \frac{D(-5+3D+12D^2+2D^3)}{24L_1L_2f_s} t^2 \right] + K_4 & ; \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s < t < \frac{T_s}{2} + T_s D + T_s + T_s \end{cases}$$

, donde las constantes para este caso se definen como $K_1 = K_{C11} + K_{C21}$, $K_2 = K_{C12} + K_{C22}$, $K_3 = K_{C13} + K_{C23}$ y $K_4 = K_{C14} + K_{C23}$

Las constantes para las ecuaciones 10 y 11 son encontradas matemáticamente a partir de la solución de los siguientes sistemas lineales de ecuaciones:

$$K_{C1} = \begin{bmatrix} K_{C11} \\ K_{C12} \\ K_{C13} \\ K_{C14} \end{bmatrix} = \frac{v_g T_s}{C_1(1-D)} B_{C1} A_{C1}^{-1} + \frac{v_g D}{(1-D)} \quad (13)$$

, donde

$$A_{C1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ D-0.5 & 1-D & D-0.5 & 1-D \end{bmatrix}$$

$$y \quad B_{C1} = \begin{bmatrix} \frac{2D-1}{2R(1-D)^2} + \frac{2D-1}{8L_2f_s} \\ \frac{1}{1+2D} \\ \frac{2R(1-D)^2}{8L_2f_s} \\ \frac{D}{2L_2f_s} - \frac{D(L_2D+L_1)}{2L_1L_2f_s} - \frac{D}{R(1-D)^3} \\ \frac{1-4D+4D^2-D^3}{2R(1-D)^3} + \frac{2-3D-4D^3}{24L_2f_s} + \frac{(L_2D+L_1)(-1-3D+3D^2+D^3)}{12L_2L_1f_s} \end{bmatrix}$$

$$K_{C2} = \begin{bmatrix} K_{C21} \\ K_{C22} \\ K_{C23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_g T_s}{C_2(1-D)^2} B_{C2} A_{C2}^{-1} + \frac{v_g D}{(1-D)^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

, donde

$$A_{C2} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ D-0.5 & 1-D & 0.5 \end{bmatrix}$$

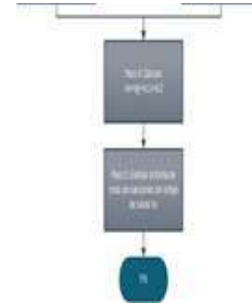
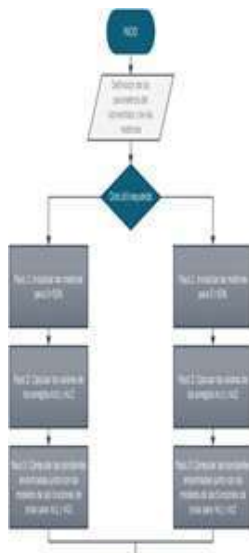
$$y \quad B_{C2} = \begin{bmatrix} \frac{D(1-2D)}{8L_2f_s} - \frac{2D-1}{2R(1-D)} \\ \frac{1}{2R(1-D)} - \frac{8L_2f_s}{24L_2f_s} \\ \frac{1-D}{2R} + \frac{D(1-3D+2D^2)}{24L_2f_s} \end{bmatrix}$$

2.3 ANÁLISIS DEL FACTOR DE RIZADO

Un indicador clave que permite analizar cuantitativamente el comportamiento del rizado del convertidor a partir de los modelos obtenidos es el factor de rizado (FR). Este indicador evalúa la relación entre la componente AC que persiste en la señal del voltaje de salida del convertidor y su valor promedio. Considerando que dicho voltaje puede ser definido como $v_o(t) = V_{dc} + v_{ac}(t)$, donde V_{dc} es el valor promedio y $v_{ac}(t)$ es la componente AC, el factor de rizado puede obtenerse mediante el uso de la expresión (13).

$$FR = \frac{RMS(v_{ac}(t))}{V_{dc}} = \sqrt{\left(\frac{RMS(v_o(t))}{V_{dc}}\right)^2 - 1} \quad (15)$$

Ilustración 2. Diagrama de flujo utilizado en la implementación del algoritmo en MATLAB para la obtención de las formas de onda de régimen estacionario del convertidor.



Fuente: Autores, 2020.

2.4 INSTRUMENTOS DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN

Para el desarrollo e implementación de este estudio fue necesario el uso del software MATLAB, en el que se desarrolló un algoritmo para producir las formas de onda de las variables del convertidor a partir de las funciones matemáticas obtenidas del análisis teórico. Como parte de este desarrollo, fue necesaria la solución numérica de los sistemas de ecuaciones (6) y (7) para el caso cuando $D < 50\%$ y las ecuaciones (13) y (14) para el caso cuando $D > 50\%$. Usando la misma herramienta se generaron gráficas de las diferentes formas de onda en diferentes ciclos útiles de operación con el fin de compararlos con resultados obtenidos de la simulación del circuito conmutado simulado en el software PSIM. Estas comparaciones permitieron comprobar la validez del modelo obtenido. El proceso desarrollado por el algoritmo en MATLAB se presenta en la ilustración 2.

De otro lado, también se desarrolló un algoritmo para evaluar sistemáticamente el factor de rizado del convertidor en todo su rango de operación de potencia de salida y voltaje de entrada. Dicho algoritmo determina el ciclo útil requerido para obtener el voltaje de salida deseado a partir del voltaje de entrada evaluado y lo usa para obtener la función que reproduce el voltaje de salida en estado estable para evaluar su factor de rizado para el valor de potencia evaluado. Repitiendo el mismo procedimiento para una malla de coordenadas con 181 saltos en cada variable (32.761 puntos), genera una superficie muy precisa que define el comportamiento del factor de rizado. Para la comparación con mediciones obtenidas de la simulación en PSIM presentada más adelante, se tomaron 23 saltos en ciclo útil y 19 en potencia (437 puntos).

3. RESULTADOS

Para las pruebas de validación se va a considerar un convertidor cuadrático de 600 W, para entregar un voltaje de salida de 240V a partir de un arreglo serie de baterías de 12 V. Por lo tanto, dependiendo del estado de carga de las baterías y del número de baterías (Entre 4 y 6), el voltaje de entrada puede variar entre 40V y 84V. El punto de operación nominal del convertidor se define en 60V. Los parámetros de operación y los valores de los diferentes elementos del convertidor seleccionados para el problema se listan en la tabla 6.

Tabla 6. Parámetros usados para obtener resultados de simulación

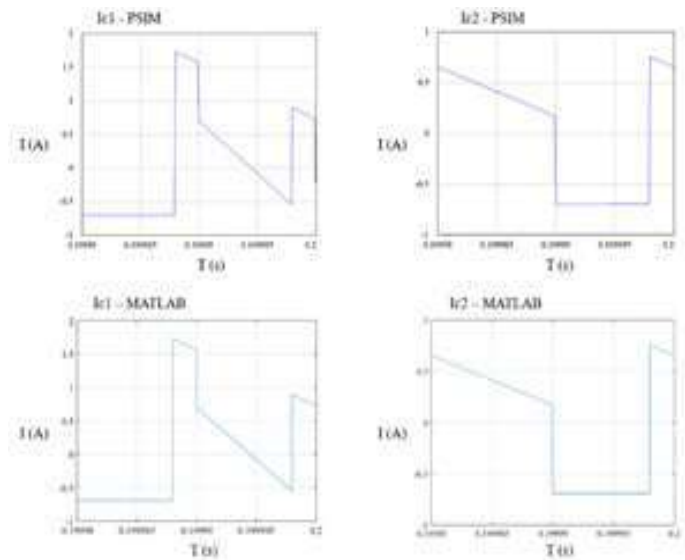
Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Máxima potencia	P_{max}	600	W
Mínima potencia	P_{min}	60	W
Máximo voltaje	V_{dmax}	84	V
Voltaje nominal	V_{dn}	60	V

Mínimo voltaje	$V_{\min}$	40	V
Voltaje de salida	V_o	240	V
Frecuencia de conmutación	F_s	50	kHz
Inductor 1	L_1	480.27	μH
Inductor 2	L_2	1.37	mH
Capacitor 1	C_1	4	μF
Capacitor 2	C_2	1, 2, 4, 8, 16 y 32	μF

Fuente: Autores, 2020.

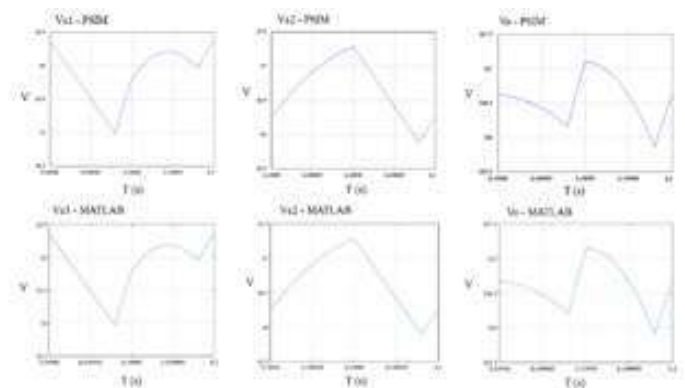
Inicialmente, con el fin de validar los modelos encontrados en la sección anterior se compararon las formas de onda de todas las variables a partir de resultados del modelo teórico implementado en MATLAB y la simulación del circuito conmutado en PSIM. Se utilizan para ello dos valores de ciclo útil (uno en cada región), uno del 40% ($D=0.4$) y uno del 60% ($D=0.6$), usando el voltaje de entrada nominal y una resistencia de carga de 240Ω . Como se puede observar en las ilustraciones 3-6, el modelo obtenido reproduce adecuadamente las formas de onda en los dos casos.

Ilustración 3. Comparación PSIM vs. Modelo (MATLAB) de las formas de onda de corriente en los capacitores para $D=0.4$.



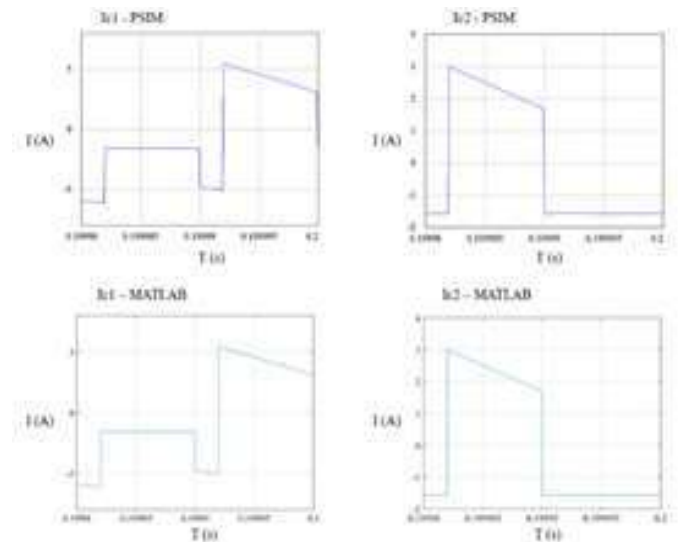
Fuente: Autores, 2020.

Ilustración 4. Comparación PSIM vs. Modelo (MATLAB) de las formas de onda de voltaje en los capacitores y voltaje de salida para $D=0.4$.



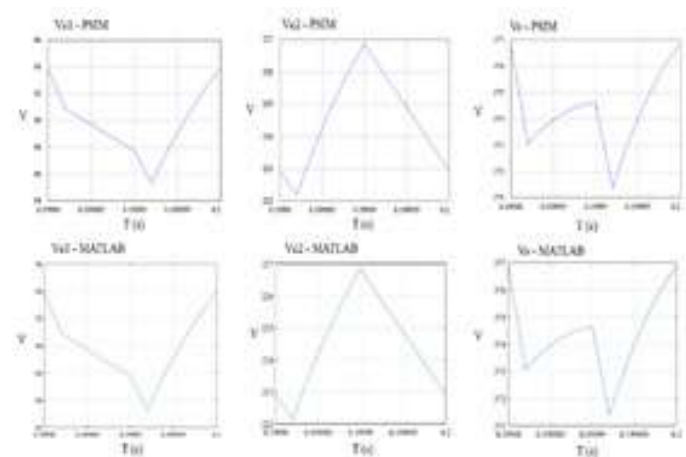
Fuente: Autores, 2020.

Ilustración 5. Comparación PSIM vs. Modelo (MATLAB) de las formas de onda de corriente en los capacitores para $D=0.6$.



Fuente: Autores, 2020.

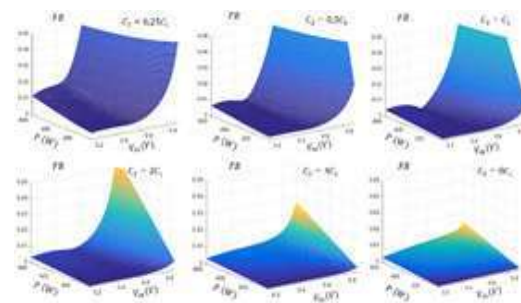
Ilustración 6. Comparación PSIM vs. Modelo (MATLAB) de las formas de onda de voltaje en los capacitores y voltaje de salida para $D=0.6$.



Fuente: Autores, 2020.

Mediante la aplicación del método planteado en la sección anterior, el factor de rizado es computado para un conjunto de coordenadas en el rango de operación del convertidor tanto en potencia de salida (60 a 600W) como en voltaje de entrada (40 a 84V). El mismo procedimiento se repitió para seis relaciones entre las capacitancias del convertidor obteniendo los resultados que se muestran en la ilustración 7.

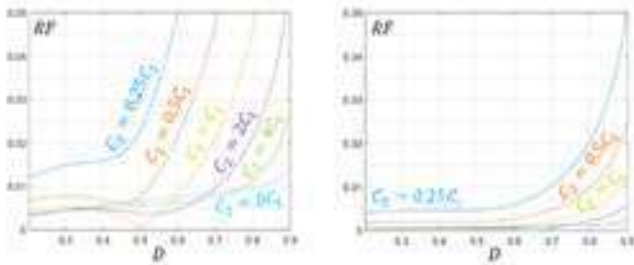
Ilustración 7. Superficies de factor de rizado como función de la potencia de salida y el voltaje de entrada.



Fuente: Autores, 2020.

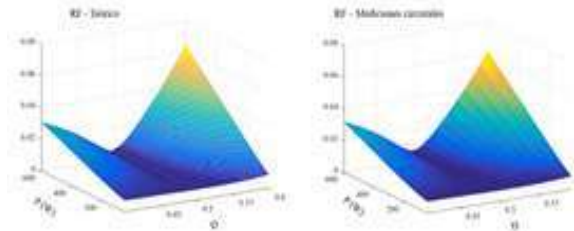
Como se puede observar en las diferentes superficies, el factor de rizado es más alto en potencias altas, presentándose allí una mayor dependencia de la tensión de entrada. También, es posible observar cómo al usar dos condensadores con capacitancias iguales ($C_2=C_1$), el efecto de cancelación de rizado se agudiza para la tensión de entrada nominal mostrando muy bajos valores indistintamente de la potencia de salida. Con esta relación de condensadores, el rizado disminuye de manera importante en comparación con el caso $C_2=0.5 C_1$ con lo cual, para el ejemplo seleccionado, se podría considerar esta como la mejor relación. Al aumentar el valor de C_2 se observa una considerable disminución en el rizado en términos generales pero se sabe que esto tiene como contraparte un tamaño mayor del convertidor. Para hacer más evidentes las diferencias importantes en el factor de rizado, se obtuvieron dos perfiles que permiten comparar cada una de las simulaciones anteriores en un solo plano: un perfil en la máxima potencia (600W) y otro perfil a mínima potencia (60W) en función del ciclo útil de trabajo del convertidor. Los resultados obtenidos se muestran en la ilustración 8.

Ilustración 8. Comparación de curvas FR



A partir de los perfiles en la ilustración 8 se puede confirmar que el mínimo factor de rizado se logra para la relación $C_2=C_1$, específicamente para un ciclo útil del 50%. También se puede observar que para relaciones $C_2=2C_1$ y $C_2=4C_1$ se obtienen valores de factor de rizado bajos para un rango mayor en el ciclo útil. También es posible comprobar como para las relaciones $C_2>4C_1$ no se aprecian mejoras en el factor de rizado, e incluso se encuentran regiones con mayor factor de rizado comparado con otras relaciones. A bajas potencias, el factor de rizado es uniforme y no se evidencia un comportamiento especial relacionado con el ciclo útil. De este análisis, es posible afirmar que la mejor relación de capacitancia estaría dada por $C_1<C_2<2C_1$, permitiendo ensanchar la región de mínimo ciclo útil sin incrementar considerablemente el valor de C_2 . Para finalizar el análisis de información se realiza una toma de datos de la PSIM, con el fin de comparar el comportamiento del factor de rizado usando la respuesta teórica obtenida, para lo cual se selecciona el caso donde $C_1=C_2$. La ilustración 9 muestra los resultados de esta comparación demostrando la precisión del modelo matemático desarrollado.

Ilustración 9. Comparación entre el factor de rizado teórico encontrado mediante los modelos y el comportamiento del mismo mediante una toma de datos en el simulador PSIM.



Fuente: Autores, 2020.

4. CONCLUSIONES

En este artículo se estudió el comportamiento del convertidor elevador cuadrático con bajo almacenamiento de energía, a partir del modelamiento exacto de su estado estable. Como se observó, a diferencia de lo que ocurre en otros convertidores cuadráticos, en este convertidor ambos capacitores tienen influencia en la componente AC voltaje en la salida. También se encontró que existe una relación óptima entre las capacitancias de los condensadores para minimizar el factor de rizado del convertidor en una zona deseada, siendo el ciclo útil del 50% el que puede ser más favorable cuando los condensadores son iguales. También se podría esperar que en futuros estudios se estudie el comportamiento dinámico del convertidor elevador cuadrático con bajo almacenamiento de energía y se realice el estudio detallado incluyendo las resistencias parásitas de sus elementos inductivos, capacitivos y semiconductores. Todos estos avances, permitirán complementar el estudio actual para facilitar el diseño y utilización del convertidor en aplicaciones prácticas.



REFERENCIAS



- I. Patrao, E. Figueres, F. Gonzáles, G. Garcerá. (2011). “Transformerless topologies for grid-connected Single-phase Photovoltaic Inverters,” *Energy for Sustainable Development*. vol. 16. pp. 3423-3431.

- J. Leyva, M.G. Ortiz, L.H. Díaz, J.A. Morales (2009). “Switching regulator using a quadratic boost converter for wide DC conversion ratios,” *IET Power Electron.*, vol. 2, no. 5, pp. 605-613.

- R.J. Wai, R.Y. Duan, (2005). “High step-up converter with coupled-inductor,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, no. 5, pp. 1025-1035.
 R.J. Wai, C.Y. Lin, R.Y. Duan, Y.R. Chang (2007). “High efficiency DC-DC converter with high voltage gain and reduced switch stress,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 1, pp. 354-364.

- G.R. Walker, P.C. Sernia. (2004). “Cascaded DC-DC converter connection of connection of photovoltaic modules”. *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 9, no. 4, pp. 1130-1139. R. Kadri, J.P. Gaubert, G. Champenois, M. Mostefai. (2010). “Performance Analysis of Transformerless Single Switch Quadratic Boost Converter for Grid Connected Photovoltaic Systems,” *XIX Intl. Conf. Electrical Machines (ICEM)*. pp. 1-7.

- R.W. Erickson, D. Maksimovic. *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic Publishers, 2000, 2th. Edition. pp. 11-179.
 O. López, L. Martínez, G. García, H. Valderrama, D. O. Mercuri (2012). “Efficiency Analysis of a Sliding-Mode Controlled Quadratic Boost Converter”, *IET Power Electron.*, vol. 6, no. 2, pp. 364-373.

- O. López, L. Martínez, G. García, H. Valderrama, T. Sierra (2013). “Comparison of Quadratic Boost Topologies Operating Under Sliding-mode Control,” *IEEE Brazilian Conference on Power Electronics (COBEP)*, pp. 66-71. O. López, J.C. Mayo, J.C. Rosas, J.E. Valdez, D.A. Zambrano, O.F. Ruiz (2020). “Quadratic boost converter with low-output-voltage ripple,” *IET Power Electron.* vol. 13, no. 8, pp. 1605-1612.