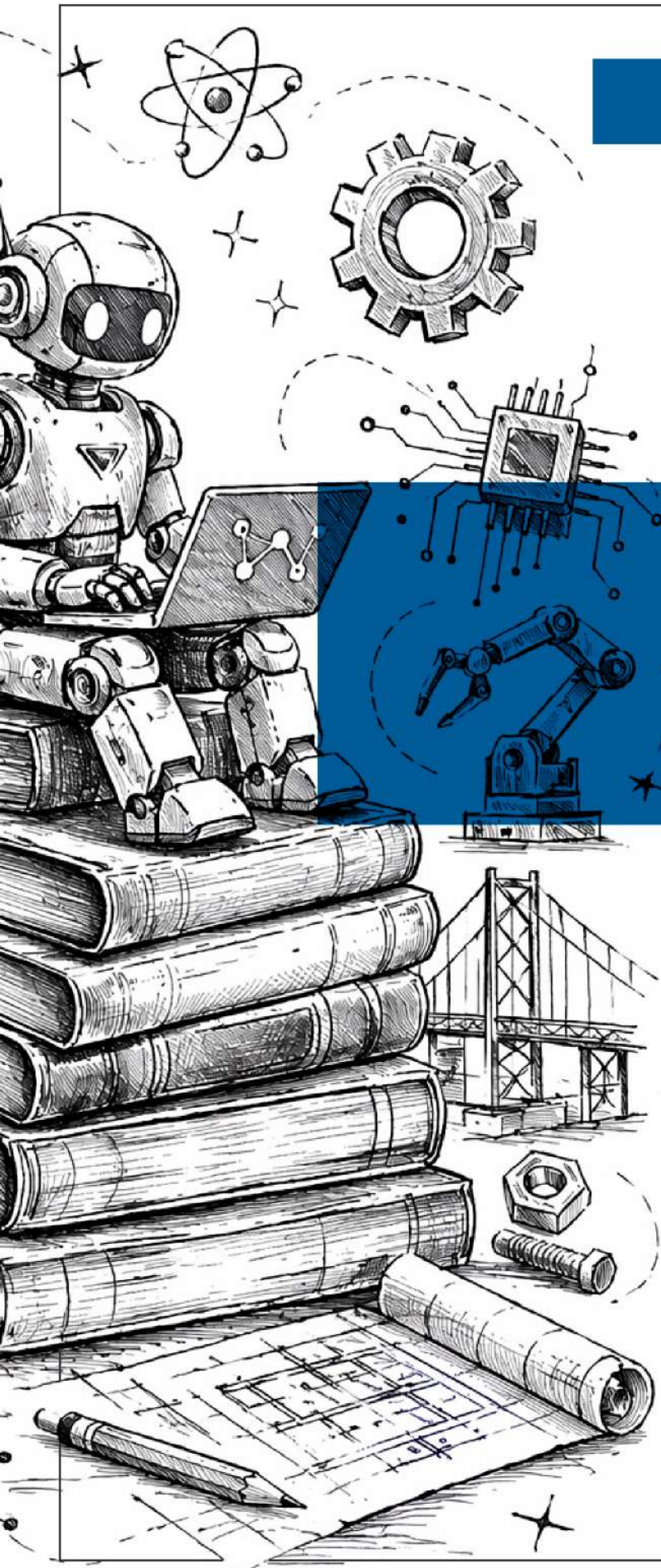




INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA:

**perspectivas desde la
investigación aplicada**



TEINCO
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

VIGILADA MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL



JUNTA DIRECTIVA TEINCO

Representante Legal: Ernesto Parra Herrera

Secretaria General: Paula Alejandra Pérez Caicedo

Rector: Carlos Andrés Gómez Vergara

Vicerrectoría académica: Laura León

Directora de División de Investigación de Tecnología Aplicada - DITA: Lady Johanna Herrera Vargas

Director Editorial TEINCO: Lady Johanna Herrera Vargas

Aramburo Palacios, Darwin, autor

Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada / Darwin Aramburo Palacios [y otros doce] – Bogotá: Teinco, 2026.

1 recurso en línea: archivo de texto: PDF.

Incluye referencias bibliográficas – Texto en español con resúmenes en inglés.

ISBN 978-628-97363-5-9

1. Ingeniería - Investigaciones 2. Tecnología - Investigaciones 3. Investigación científica I. Castro Rodríguez, Denis Alberto, autor II. Rivas Bonilla, Sandra Patricia, autora III. Mosquera Ampudia, Santhier Stiwar, autor IV. Quinto Díaz, Yilber Javier, autor V. Palacios Bonilla, Haslen, autor VI. González Sanclemente, Janier Emir, autor VII. Hinestroza Moreno, Cristian Deofanor, autor VIII. Delgado Arroyo, Lubin, autor IX. Granados Muñoz, Claudia Ximena, autora

CDD: 620 ed. 23

CO-BoBN– a1179340

Editores Editorial TEINCO

Lady Johanna Herrera Vargas: directora editorial

Daniel Felipe Bejarano Díaz: editor general

Liceth Dayana Holguín Beltrán: editora

Autores

Darwin Aramburo Palacios, Denis Alberto Castro Rodríguez, Sandra Patricia Rivas Bonilla, Santhier Stiwar Mosquera Ampudia, Yilber Javier Quinto Díaz, Haslen Palacios Bonilla, Janier Emir González Sanclemente, Cristian Deofanor Hinestroza Moreno, Lubin Delgado Arroyo, Claudia Ximena Granados Muñoz, Juanita Acuña Esquivel, Daniel Bejarano Segura, Manuel Felipe López Vela

Editores de la obra

Daniel Felipe Bejarano Díaz

Víctor Alfonso Guzmán Brand

Corrección de estilo

Liceth Dayana Holguín Beltrán

Diseño y diagramación

Jhoan Sebastian Cuesta Pulido

eISBN: 978-628-97363-5-9

DOI del libro: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9>

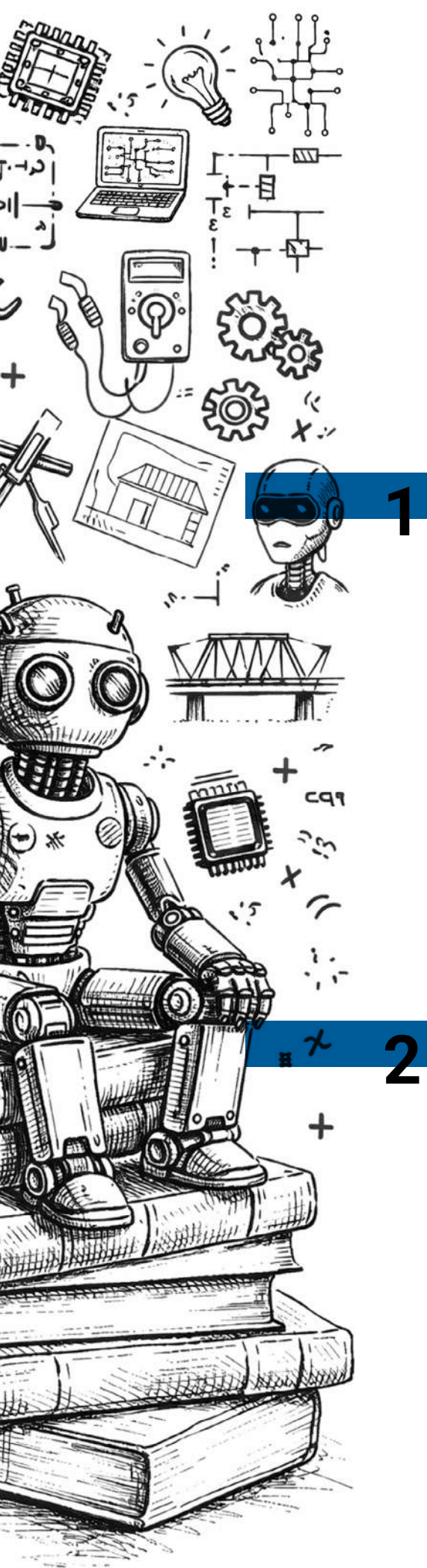
Fecha de publicación: 14/07/2026

Av. Calle 63 #22 - 39

Sede 7 de agosto, Bogotá D.C.

Teléfono: 601 7433200

editorial@teinco.edu.co



CONTENIDO

Resumen	13
Abstract	13
Presentación	15

1

Capítulo I. Análisis de condiciones de frontera en ecuaciones diferenciales parciales: un enfoque con el Método de Soluciones Particulares Aproximadas

17

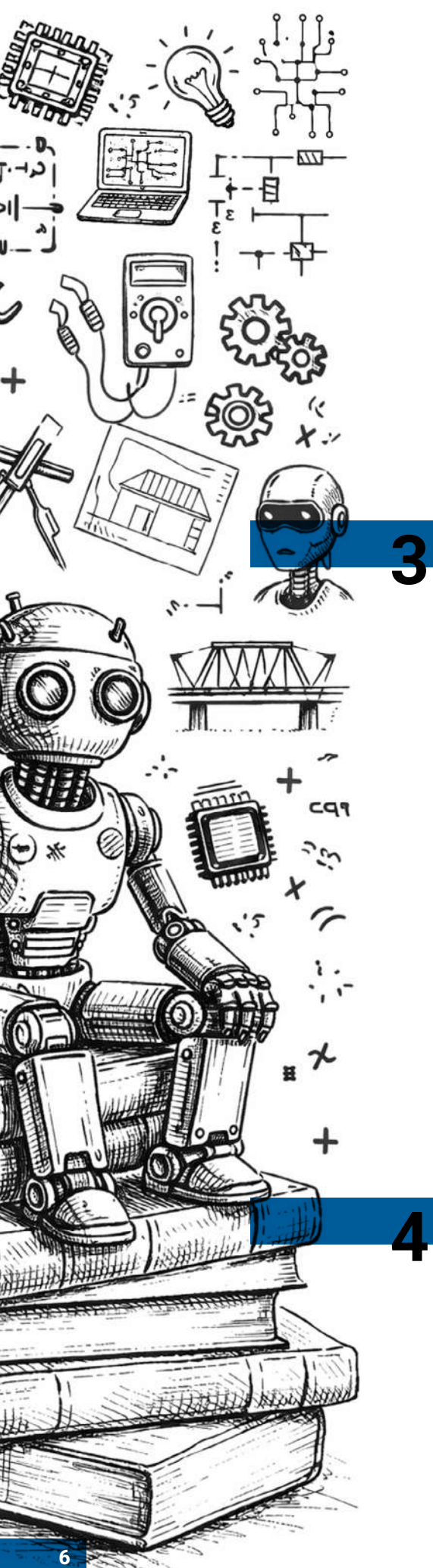
Resumen	18
Abstract	18
Introducción	19
Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS)	20
El MAPS para operadores escalares	20
MAPS global para problemas de flujo de Stokes	23
Hallazgos o resultados	24
Convección-difusión-reacción con coeficientes variables	25
Problema de Slit flow	27
Convección natural entre placas paralelas	32
Conclusiones	35
Referencias	36

2

Capítulo II. Análisis del comportamiento de ondas sísmica para la exploración de hidrocarburos en un medio homogéneo

39

Resumen	40
Abstract	40
Introducción	42
Objetivos e hipótesis	43
Objetivo general	43
Objetivos específicos	43
Hipótesis de investigación	43
Marco conceptual o teórico	43
La propagación de ondas sísmicas	43
La ecuación de ondas y la ecuación de Helmholtz	44
Métodos de solución de la ecuación de Helmholtz	44



El método de los elementos finitos (MEF)	44
Herramientas computacionales en la simulación sísmica	45
Transferencia tecnológica e impacto social	45
Materiales y métodos	45
Tipo de investigación	45
Método general	46
Contexto y población de análisis	46
Herramientas y materiales	46
Hallazgos o resultados	47
Conclusiones	52
Referencias	53

Capítulo III. Desarrollo de algoritmo para la clasificación y análisis de mosquitos vectores de enfermedades

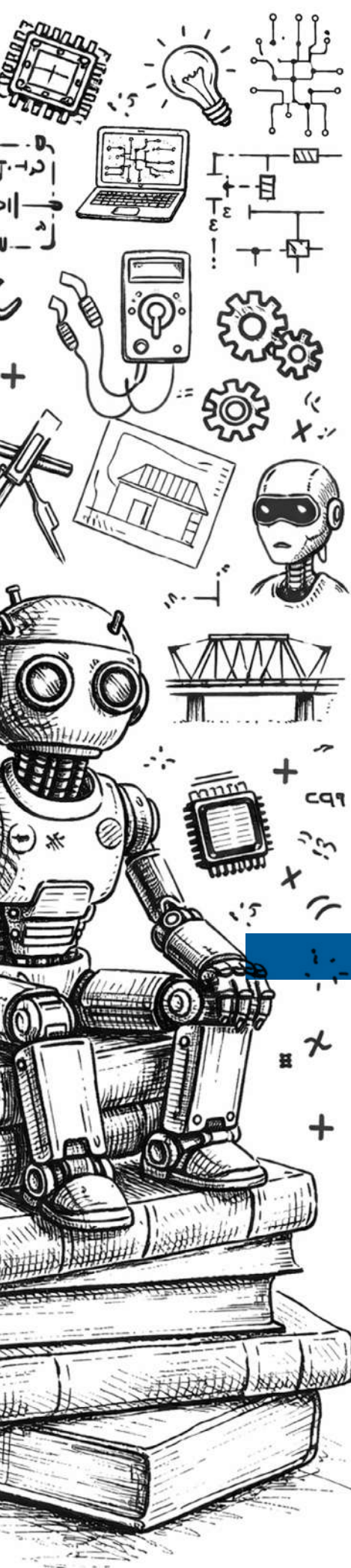
55

Resumen	56
Abstract	56
Introducción	58
Objetivos e hipótesis	58
Objetivo general	58
Objetivos específicos	59
Marco conceptual o teórico	59
Transformada de Fourier	59
Transformada wavelet	59
Máquina de vectores soporte	60
Materiales y métodos	60
Base de datos	60
Técnicas de extracción de características	61
Modelos de clasificación	64
Hallazgos o resultados	65
Conclusiones	66
Referencias	68

Capítulo IV. El lenguaje de las olas: particionamiento espectral de sistemas de oleaje durante el verano boreal en Océano Pacífico colombiano

71

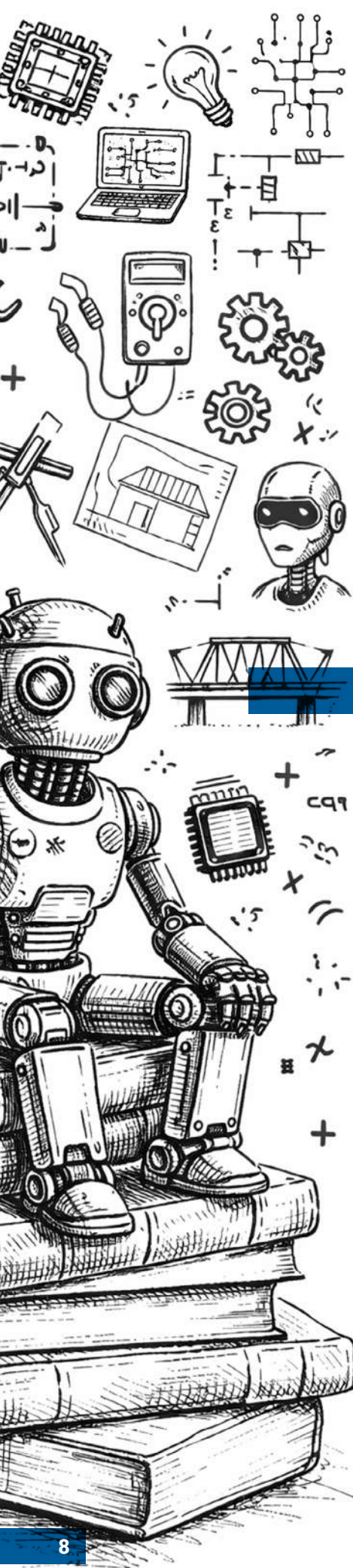
Resumen	72
Abstract	72
Introducción	74
Objetivos e hipótesis	75
Objetivo general	75



Objetivos específicos	75
Hipótesis	75
Marco conceptual o teórico	75
Materiales y métodos	78
Tipo de estudio y enfoque	78
Área de estudio	78
Datos y fuentes	78
Reanálisis de oleaje (ERA5/ECMWF)	78
Preprocesamiento y control de calidad	79
Particionamiento espectral bidimensional	79
Filtro de consistencia física	79
Cálculo de parámetros escalares	80
Análisis estadístico y gráficos	80
Herramientas y reproducibilidad	80
Resultados	80
Análisis de sensibilidad del umbral F1: justificación de la elección del 14%	80
Sistemas de oleaje identificados en el punto de referencia (4.74°N, 80.9°W) en el Océano Pacífico	81
Variación mensual de la altura significativa media por sistema de oleaje en el punto de referencia	83
Variabilidad diaria de Hs por sistema durante el verano boreal en 4.74°N, 80.9°W	84
Conclusiones	85
Referencias	86

Capítulo V. Modelación dinámica para la gestión sostenible del agua potable en comunidades rurales del Chocó: el caso de Paimadó–Río Quito

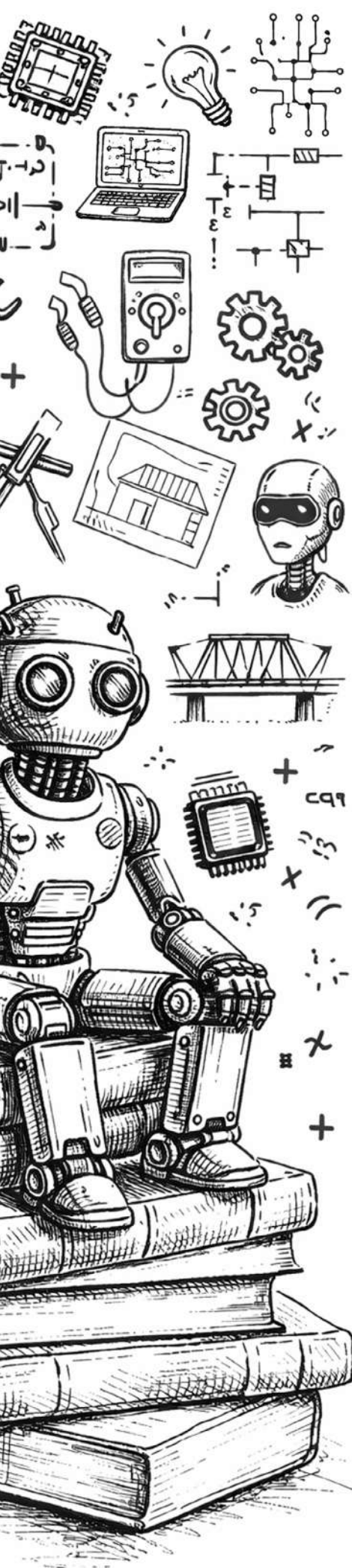
Resumen	90
Abstract	90
Introducción	92
Objetivos e hipótesis	93
Objetivo general	93
Objetivos específicos	93
Hipótesis de investigación	93
Marco conceptual o teórico	93
Gestión Integrada de los Recursos Hídricos (GIRH)	93
Disponibilidad de agua	93
Cuenca Hidrográfica	94
Suministro de agua potable	94
Costos por acceso a agua	94



Modelado y simulación	94
Dinámica de sistemas	94
Diagrama causal (CLD)	94
Diagrama de Forrester	95
Herramientas para el modelado y simulación	95
Materiales y métodos	95
Área de estudio y población	95
Diseño metodológico	96
Componentes y retroalimentación del sistema	96
Modelación del sistema	97
Validación del modelo	101
Escenarios prospectivos	101
Hallazgos o resultados	101
Limitaciones y alcances	104
Conclusiones	105
Referencias	106

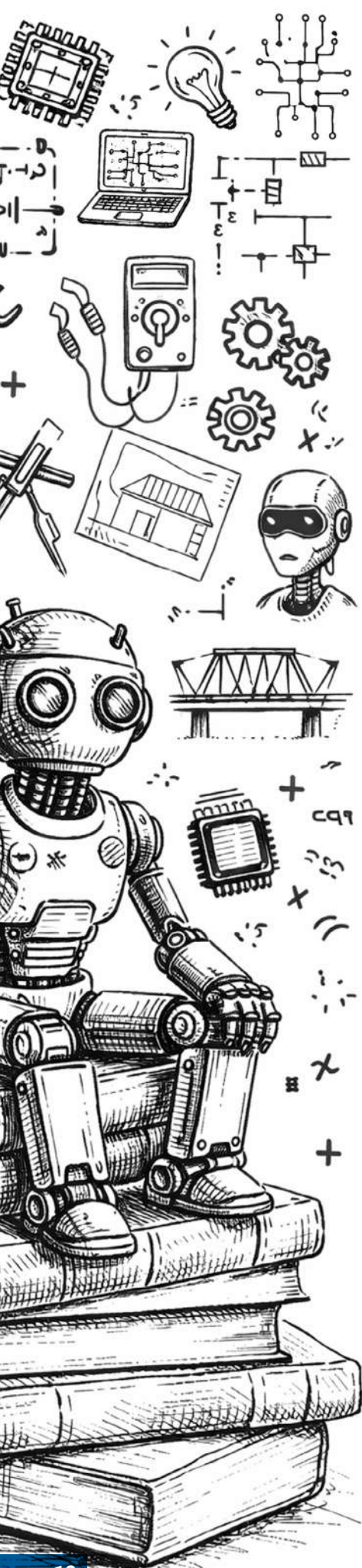
Capítulo VI. Modificación de suelos salinos con vidrio soluble para aplicaciones en capas de pavimento 113

Resumen	114
Abstract	114
Introducción	116
Objetivos e hipótesis	116
Objetivo general	116
Objetivos específicos	116
Hipótesis	117
Marco conceptual o teórico	117
Pavimento flexible	117
Estructura de pavimento flexible	117
Estabilización de suelos	118
Estabilización de suelos con productos químicos no tradicionales ..	118
Estabilización de suelo con silicato de sodio (Na_2SiO_3)	118
Marco geográfico	118
Geología local	118
Geología estructural	120
Materiales y métodos	121
Fases de la investigación	121
Procedimientos	122
Hallazgos o resultados	122
Suelo en estado natural	122
Suelo mezclado con vidrio soluble	124
Conclusiones	125
Referencias	126



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Error RMS de la solución y su derivada según el tipo de condición de frontera	26
Tabla 2. Condición de frontera problema Slit Flow	28
Tabla 3. Error RMS para el problema Slit Flow	30
Tabla 4. Clases de las señales de aleteo	60
Tabla 5. Características en el dominio del tiempo y de la frecuencia	62
Tabla 6. Modelos de aprendizaje automático y su rango de hiper parámetros	64
Tabla 7. Resultados de precisión por conjunto de característica, modelo e hiper parámetro	65
Tabla 8. Parámetros iniciales del modelo de gestión del agua en Paimadó	100



LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Distribución de nodos para MAPS	22
Figura 2. Resultados con la condición de frontera de Dirichlet	26
Figura 3. Dominio de problema bidimensional para Slit Flow	27
Figura 4. Distribución de nodos para el problema Slit Flow	28
Figura 5. Campos de velocidad numérica para el problema Slit Flow	29
Figura 6. Perfiles de velocidad para el problema de Slit Flow con $N = 3200$ para los cuatro tipos de condiciones de frontera	30
Figura 7. Perfiles de error de velocidad local para el problema de Slit Flow con $N = 3200$	31
Figura 8. Perfiles de error de velocidad local para el problema de Slit Flow con $N = 3200$	32
Figura 9. Dominio problema convección natural	34
Figura 10. Solución para $GrPr = 500$: (a) campo de velocidad numérica, (b) perfil numérico y analítico de u_y en dirección x , (c) perfil numérico y analítico de $(\partial u_y)/\partial x$ en dirección x	34
Figura 11. Comparación de resultados numéricos para diferentes valores de $GrPr$: (a) perfil u_y , (b) perfil $(\partial u_y)/\partial x$	35
Figura 12. Medio homogéneo para la exploración de hidrocarburos	47
Figura 13. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(Hz) = 0,5$	49
Figura 14. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(Hz) = 40$	49
Figura 15. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(Hz) = 100$	50
Figura 16. Comportamiento del error de la norma en L^2	50
Figura 17. Comportamiento del error del error vs tiempo de Ejecución	51

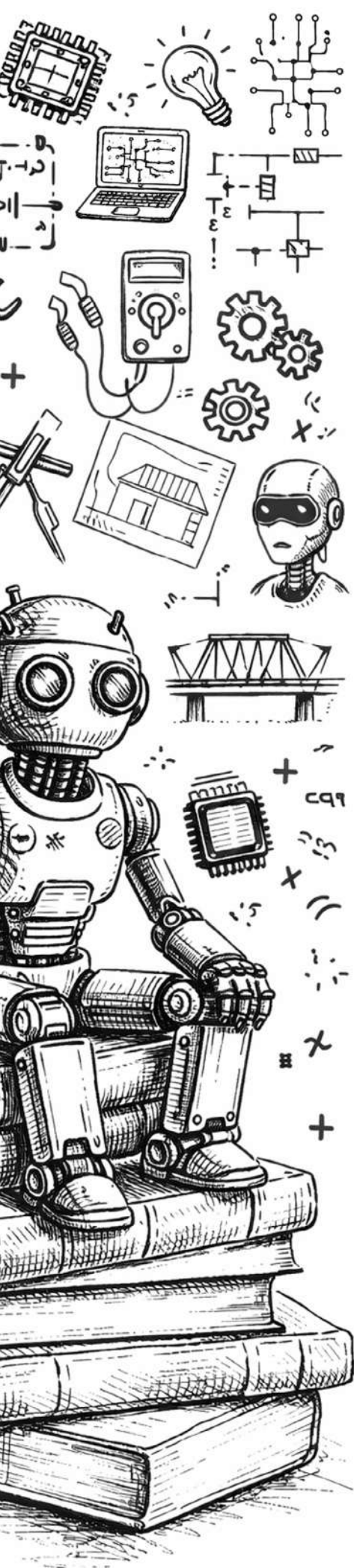


Figura 18. Criterio de estabilidad en las soluciones	51
Figura 19. Ejemplo de método DWT para el caso de 3 niveles de descomposición	63
Figura 20. Ejemplo del método WPD para el caso de 3 niveles de descomposición	63
Figura 21. Ejemplo del método DWPD para el caso de 3 niveles de descomposición	64
Figura 22. Matriz de confusión (en porcentaje) obtenida del modelo MLP y el conjunto de características MFCC	66
Figura 23. Ubicación de la Boya Virtual (B1)	78
Figura 24. Sensibilidad del número de particiones aceptadas frente al umbral	80
Figura 25. Particiones espectrales de oleaje en (4.74°N, 80.9°W)	82
Figura 26. Altura significativa media (H_s) por sistema de oleaje durante el verano boreal (JJA)	83
Figura 27. Evolución diaria de la altura significativa por sistemas de oleaje	84
Figura 28. Ubicación geográfica de Paimadó–Río Quito, Chocó	96
Figura 29. Representación de la hipótesis dinámica para la gestión del agua en Paimadó–Río Quito	97
Figura 30. Diagrama de niveles y flujos del sistema de agua, basado en la metodología de Forrester	98
Figura 31. Diagrama de flujos y niveles de Forrester: módulo económico y sistema de acueducto requerido	99
Figura 32. Simulación base	102
Figura 33. Simulación base	103
Figura 34. Simulación de escenarios de prueba de comportamiento de las variables del modelo (2024–2040)	104

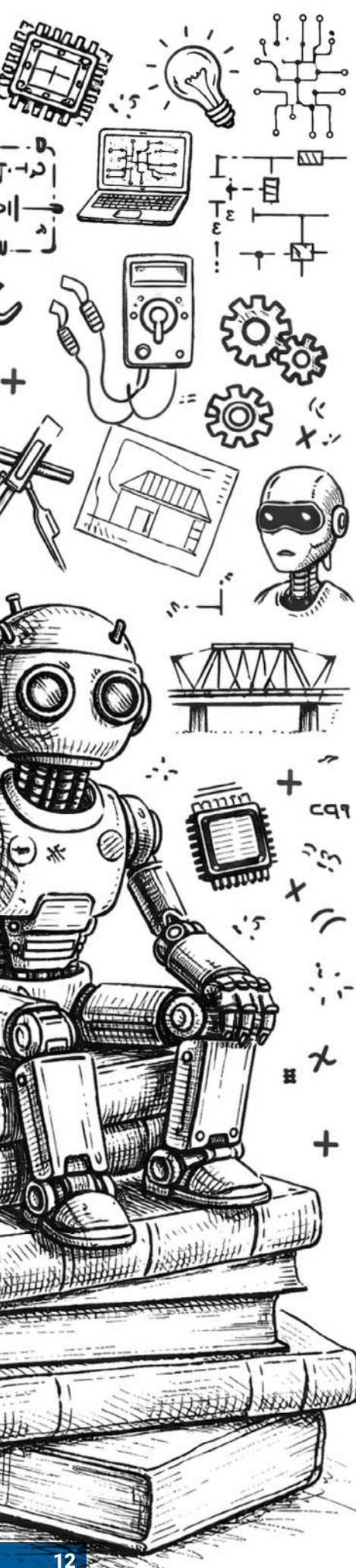


Figura 35. Geología local cuenca del río Upín y las principales fallas geológicas	119
Figura 36. Afloramiento formación lutitas de Macanal	120

INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA: perspectivas desde la investigación aplicada

RESUMEN

Este libro reúne un conjunto de investigaciones que articulan modelación matemática, simulación computacional, análisis físico y desarrollo tecnológico para abordar problemáticas contemporáneas en ingeniería y ciencias aplicadas. A través de enfoques interdisciplinarios, los capítulos exploran fenómenos complejos relacionados con ecuaciones diferenciales parciales, propagación de ondas sísmicas, dinámica oceánica, inteligencia computacional, sostenibilidad hídrica y mejoramiento de materiales para infraestructura.

Las contribuciones incluidas examinan, desde perspectivas teóricas y aplicadas, el comportamiento de sistemas físicos y ambientales mediante herramientas numéricas, algoritmos de clasificación y métodos de simulación. Entre los temas desarrollados se encuentra el análisis de condiciones de frontera mediante el Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS), la modelación de ondas sísmicas para exploración geofísica, el particionamiento espectral del oleaje en el Pacífico colombiano, el diseño de algoritmos para la identificación de mosquitos vectores de enfermedades, la gestión sostenible del agua potable en comunidades rurales del Chocó y la modificación de suelos salinos para aplicaciones en pavimentos.

En conjunto, la obra propone un diálogo entre ciencia, tecnología y territorio, evidenciando cómo la investigación aplicada permite comprender fenómenos complejos y generar soluciones orientadas a la sostenibilidad, la innovación y el fortalecimiento de capacidades técnicas y científicas. Así, el libro constituye un aporte académico que integra reflexión metodológica, desarrollo experimental y aplicaciones con impacto social y ambiental.

PALABRAS CLAVE: modelación matemática, simulación computacional, ingeniería interdisciplinaria, investigación aplicada, sostenibilidad tecnológica.

¿Cómo citar este libro?

En APA: Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). (2026). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada. Editorial TEINCO.

DOI para esta obra: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9>

ABSTRACT

This book brings together a collection of research studies that articulate mathematical modeling, computational simulation, physical analysis, and technological development to address contemporary challenges in engineering and applied sciences.

Through interdisciplinary approaches, the chapters explore complex phenomena related to partial differential equations, seismic wave propagation, ocean dynamics, computational intelligence, water sustainability, and the improvement of materials for infrastructure applications.

The contributions included examining, from both theoretical and applied perspectives, the behavior of physical and environmental systems through numerical tools, classification algorithms, and simulation methods. Among the topics discussed are the analysis of boundary conditions using the Method of Approximate Particular Solutions (MAPS), the modeling of seismic waves for geophysical exploration, the spectral partitioning of wave systems in the Colombian Pacific Ocean, the development of algorithms for identifying disease-vector mosquitoes, sustainable water management in rural communities of Chocó, and the modification of saline soils for pavement applications.

Overall, the book proposes a dialogue between science, technology, and territory, highlighting how applied research contributes to understanding complex phenomena and generating solutions oriented toward sustainability, innovation, and the strengthening of scientific and technical capacities. In this sense, the work represents an academic contribution that integrates methodological reflection, experimental development, and applications with social and environmental impact.

KEYWORDS: mathematical modeling, computational simulation, interdisciplinary engineering, applied research, technological sustainability.

How to cite this book?

In APA: Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). (2026). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada. Editorial TEINCO.

DOI for this book: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9>

PRESENTACIÓN

La producción de conocimiento científico y tecnológico en el contexto contemporáneo exige cada vez más aproximaciones interdisciplinarias capaces de articular teoría, modelación, experimentación y análisis computacional para responder a problemáticas complejas presentes en los territorios y en los sistemas físicos, ambientales y sociales. En este escenario, las ciencias aplicadas y la ingeniería se consolidan como campos estratégicos para el desarrollo de soluciones innovadoras orientadas a la comprensión de fenómenos naturales, la optimización de procesos y el fortalecimiento de capacidades científicas y tecnológicas.

El presente libro surge de la necesidad de construir diálogos entre distintos enfoques de investigación aplicada, integrando trabajos que exploran fenómenos relacionados con la dinámica de fluidos, la propagación de ondas, la modelación matemática, la inteligencia computacional, la sostenibilidad hídrica y el comportamiento de materiales para infraestructura. Aunque cada capítulo aborda un problema específico, todos comparten el interés común por comprender sistemas complejos mediante herramientas matemáticas, métodos numéricos, simulaciones computacionales y análisis experimentales que permitan producir conocimiento útil, verificable y transferible a distintos contextos científicos y sociales.

La obra reúne investigaciones desarrolladas desde perspectivas metodológicas rigurosas, donde la simulación y la modelación se convierten en instrumentos fundamentales para interpretar fenómenos que, en muchos casos, resultan difíciles de estudiar únicamente mediante aproximaciones analíticas o experimentales tradicionales. De esta manera, el libro presenta resultados técnicos y científicos, así como reflexiones sobre la pertinencia de las herramientas computacionales y matemáticas en la resolución de desafíos contemporáneos asociados a la sostenibilidad, la innovación tecnológica y el desarrollo territorial.

El primer capítulo, *Análisis de condiciones de frontera en ecuaciones diferenciales parciales: un enfoque con el Método de Soluciones Particulares Aproximadas*, desarrolla un estudio orientado a comprender la influencia de las condiciones de frontera en la precisión y estabilidad de soluciones numéricas obtenidas mediante el Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS). A partir del análisis de problemas asociados a ecuaciones de convección-difusión, flujo tipo *slit flow* y convección natural entre placas paralelas, los autores examinan cómo las condiciones de Dirichlet, Neumann y mixtas modifican el comportamiento de las soluciones y afectan la convergencia numérica. El capítulo evidencia la relevancia de las estrategias de refinamiento nodal y la formulación adecuada de las fronteras para mejorar el rendimiento de métodos meshless en problemas de dinámica de fluidos y ecuaciones diferenciales parciales.

El segundo capítulo, titulado *Análisis del comportamiento de ondas sísmicas para la exploración de hidrocarburos en un medio homogéneo*, aborda la propagación de ondas sísmicas mediante la formulación de la ecuación de Helmholtz y la implementación del método de los elementos finitos. La investigación desarrolla simulaciones computacionales utilizando FreeFem++, permitiendo evaluar el efecto de diferentes condiciones de frontera sobre la propagación de ondas en medios homogéneos. Más allá de su aporte matemático y computacional, el estudio resalta la importancia de los modelos numéricos en procesos de exploración geofísica, caracterización de estructuras terrestres y optimización de herramientas para la industria de hidrocarburos. Asimismo, el capítulo enfatiza el valor de las plataformas de código abierto en la democratización del acceso a tecnologías avanzadas de simulación científica.

En el tercer capítulo, *Desarrollo de algoritmo para la clasificación y análisis de mosquitos vectores de enfermedades*, se presenta una propuesta tecnológica orientada al reconocimiento automatizado de especies de mosquitos transmisores de enfermedades. A partir de herramientas de inteligencia computacional, procesamiento de señales y análisis algorítmico, la investigación desarrolla mecanismos de clasificación que permiten optimizar procesos de monitoreo epidemiológico y vigilancia en salud pública. Este trabajo adquiere especial relevancia en contextos donde enfermedades transmitidas por vectores representan desafíos persistentes para los sistemas de salud, evidenciando cómo la integración entre computación e investigación biológica puede generar soluciones aplicables al análisis y prevención epidemiológica.

El cuarto capítulo, *El lenguaje de las olas: particionamiento espectral de sistemas de oleaje durante el verano boreal en el océano Pacífico colombiano*, explora la dinámica espectral del oleaje en una de las regiones marítimas más complejas y biodiversas del país. Mediante el análisis de espectros oceánicos y el estudio de sistemas de oleaje generados por diferentes condiciones atmosféricas, los autores examinan las dinámicas marinas presentes durante el verano boreal y su relación con procesos oceanográficos regionales. El capítulo aporta herramientas para la comprensión del comportamiento del océano Pacífico colombiano, contribuyendo a campos como la oceanografía física, la navegación, la gestión costera y el análisis climático.

Posteriormente, el capítulo *Modelación dinámica para la gestión sostenible del agua potable en comunidades rurales del Chocó: el caso de Paimadó-Río Quito* desarrolla una aproximación sistémica orientada a comprender las dinámicas del abastecimiento y gestión del agua potable en comunidades rurales históricamente afectadas por limitaciones estructurales de acceso. A través de herramientas de modelación dinámica, el estudio integra dimensiones sociales, ambientales y técnicas para analizar las relaciones entre infraestructura, disponibilidad hídrica y sostenibilidad comunitaria. El capítulo sitúa el problema del agua en un marco territorial y social, evidenciando la necesidad de construir soluciones contextualizadas y sostenibles para comunidades rurales del Chocó.

Finalmente, el capítulo *Modificación de suelos salinos con vidrio soluble para aplicaciones en capas de pavimento* examina alternativas de estabilización de suelos salinos mediante la incorporación de vidrio soluble, con el propósito de mejorar sus propiedades mecánicas y su desempeño en aplicaciones geotécnicas y de infraestructura vial. A través de ensayos y análisis experimentales, la investigación evalúa el comportamiento físico y estructural de los materiales tratados, proponiendo estrategias que contribuyan al desarrollo de soluciones constructivas más eficientes y adaptables a contextos con condiciones geotécnicas complejas.

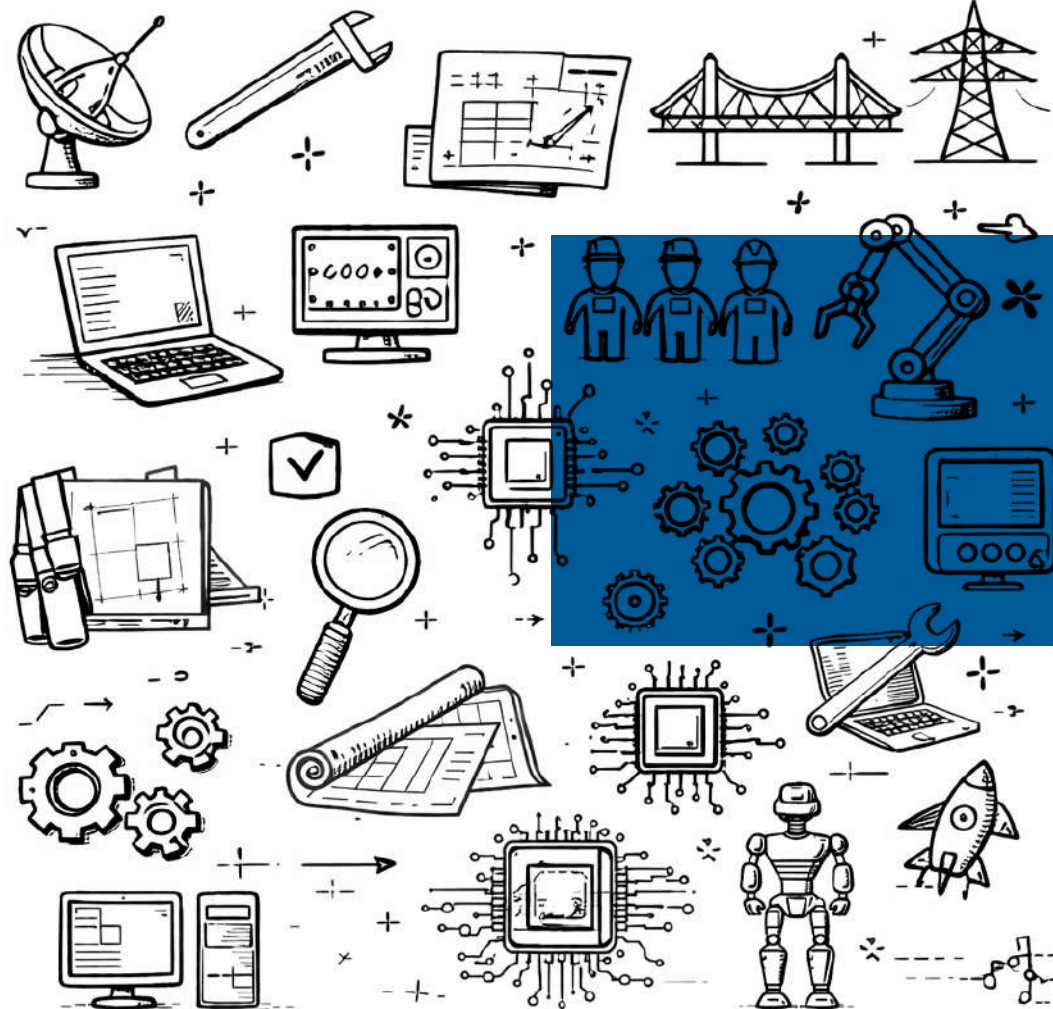
En conjunto, los trabajos reunidos en esta obra evidencian la capacidad de la investigación aplicada para construir puentes entre el conocimiento científico, el desarrollo tecnológico y las necesidades concretas de los territorios. Cada capítulo representa un esfuerzo por comprender fenómenos complejos desde perspectivas rigurosas y metodológicamente sólidas, demostrando cómo la modelación matemática, la simulación computacional y el análisis experimental pueden convertirse en herramientas fundamentales para la innovación y la transformación social.

En este sentido, el libro refleja una apuesta común por fortalecer la producción científica desde contextos regionales y académicos comprometidos con la generación de conocimiento pertinente y socialmente significativo, realizando un aporte al diálogo interdisciplinario en ingeniería y ciencias aplicadas, desde donde ofrece reflexiones, metodologías y resultados que pueden servir de base para futuras investigaciones, desarrollos tecnológicos y procesos de formación científica.

Liceth Dayana Holguín Beltrán

Editorial TEINCO

Corporación Tecnológica Industrial Colombiana - TEINCO



ANÁLISIS DE CONDICIONES DE FRONTERA EN ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES: UN ENFOQUE CON EL MÉTODO DE SOLUCIONES PARTICULARES APROXIMADAS

ANALYSIS OF BOUNDARY CONDITIONS IN PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS: AN APPROACH USING THE METHOD OF APPROXIMATE PARTICULAR SOLUTIONS

¹ Darwin Aramburo Palacios

² Denis Alberto Castro Rodríguez

³ Sandra Patricia Rivas Bonilla

¹ Magister en Matemáticas Aplicada, Grupo de Investigación INPEMA, Grupo de investigación GESTEM+B Universidad Tecnológica del Chocó, d-darwin.aramburo@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-9117-4676>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001456090.

² Doctor en Ingeniería, Grupo de Investigación INPEMA, Grupo de investigación GESTEM+B, Universidad Tecnológica del Chocó, dcastro@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-6745-8310>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001377349.

³ Doctora en gestión, Grupo de Investigación INPEMA, Grupo de investigación GESTEM+B Universidad Tecnológica del Chocó, d-sandra.rivas@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-7382-6554>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001376075.

RESUMEN

Este capítulo analiza la sensibilidad del Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS) frente a diferentes tipos de condiciones de frontera aplicadas a ecuaciones diferenciales parciales. El estudio se desarrolla a partir de simulaciones numéricas en problemas representativos de la dinámica de fluidos, incluyendo una ecuación escalar de convección–difusión, el flujo deslizante (Slip Flow) y la convección natural entre placas paralelas. Los resultados muestran que la precisión del método depende de manera significativa del tipo de condición de frontera impuesta. En particular, las condiciones de Neumann tienden a generar errores elevados en las zonas de entrada y salida, aunque estos pueden reducirse mediante distribuciones nodales más densas. Las condiciones de Dirichlet proporcionan resultados consistentes con la solución analítica, mientras que las condiciones mixtas —que combinan velocidad y tracción— ofrecen un desempeño especialmente adecuado, equilibrando estabilidad y exactitud. En conjunto, los hallazgos resaltan la importancia de seleccionar e implementar apropiadamente las condiciones de frontera al aplicar MAPS a problemas escalares y vectoriales.

PALABRAS CLAVE: tipos de condiciones de frontera, soluciones particulares aproximadas, funciones de base radial.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Aramburo, D., Castro, D. y Rivas, S. (2026). Análisis de condiciones de frontera en ecuaciones diferenciales parciales: un enfoque con el Método de Soluciones Particulares Aproximadas. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp.17-38). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.1>

ABSTRACT

This chapter examines the sensitivity of the Method of Approximate Particular Solutions (MAPS) to different types of boundary conditions applied to partial differential equations. The analysis is based on numerical simulations of representative fluid–dynamics problems, including a scalar convection–diffusion equation, slit flow governed by the Stokes equations, and natural convection between parallel plates. The results show that the accuracy of MAPS is strongly influenced by the boundary conditions imposed. Neumann conditions tend to produce larger errors near inflow and outflow regions, although these inaccuracies can be mitigated by employing denser or adaptive nodal distributions. Dirichlet conditions provide results that closely match the analytical solution, while mixed conditions —combining specified velocity and traction— offer a particularly balanced and effective performance, enhancing both stability and accuracy. Overall, the findings highlight the crucial role of proper boundary-condition selection and implementation when applying MAPS to scalar and vector problems in fluid dynamics.

KEYWORDS: boundary conditions types, approximate particular solutions, radial basis functions.

How to cite this chapter?

In APA: Aramburo, D., Castro, D. and Rivas, S. (2026). Análisis de condiciones de frontera en ecuaciones diferenciales parciales: un enfoque con el Método de Soluciones Particulares Aproximadas. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp.17-38). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.1>

INTRODUCCIÓN

En la última década, los métodos numéricos sin malla han emergido como una alternativa especialmente atractiva para la solución de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) en múltiples áreas de la ciencia y la ingeniería. Su capacidad para prescindir de una discretización estructurada ha favorecido su uso en aplicaciones relacionadas con dinámica de fluidos, transferencia de calor, procesos de transporte, ciencia de materiales y biología (Abbaszadeh et al., 2019), así como en fenómenos de escala cuántica (Mohebbi et al., 2013). Entre estos enfoques, los métodos sustentados en funciones de base radial (Radial Basis Functions, RBF) han adquirido protagonismo debido a su facilidad para adaptarse a distribuciones nodales complejas y a su notable poder de interpolación en dominios tanto regulares como irregulares (Abbaszadeh et al., 2019).

Una de las ventajas más destacadas de los métodos basados en RBF es la flexibilidad para ajustarse a variaciones geométricas y para integrarse con técnicas numéricas convencionales, lo que ha impulsado su utilización en problemas multidimensionales y en configuraciones altamente irregulares (Orsini et al., 2008; Power et al., 2017; Wright & Fornberg, 2006). Además, las RBF se reconocen como herramientas eficaces para la interpolación de datos dispersos en múltiples dimensiones (Madych & Nelson, 1990; Powell, 1994) y han sido incorporadas en diversos esquemas de colocación para resolver EDP (Jumarhon et al., 2000; Kansa & Hon, 2000). Estas aproximaciones incluyen formulaciones globales (Bustamante et al., 2013; Mohebbi et al., 2013), técnicas locales (Golberg & Chen, 1998), esquemas asimétricos centrados únicamente en la variable de solución (Chen & Tanaka, 2002; Kansa & Hon, 2000), enfoques simétricos que combinan interpolación y operador diferencial (Hon & Schaback, 2001), métodos de cuadratura diferencial basados en combinaciones de RBF (Shu & Ding, 2001) y, especialmente relevantes para este trabajo, técnicas que emplean funciones particulares aproximadas (Chen & Yao, 2014; Golberg & Chen, 1998).

El potencial de las RBF no se limita al tratamiento de operadores diferenciales, sino que se extiende a la formulación de soluciones particulares y homogéneas en problemas de valor en la frontera, como ocurre en el Método de Soluciones Fundamentales (MFS) (Fairweather & Karageorghis, 1998) y el Método de Partículas de Frontera (BPM) (Chen et al., 2010). A partir de estas ideas, Chen et al. (2014) introdujeron el Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS) con el propósito de mejorar la exactitud del método de Kansa & Hon (2000). En este enfoque, se plantea una EDP auxiliar no homogénea cuyos términos fuente son funciones de base radial, y cuya solución particular analítica se emplea como función de colocación. Desde su aparición, MAPS ha mostrado resultados prometedores y ha sido utilizado en problemas de elasticidad, flujos de Navier–Stokes (Bustamante et al., 2013) y flujos sometidos a campos magnéticos (Granados et al., 2018).

Aunque la formulación matemática de un método numérico es crucial para garantizar su precisión, factores prácticos como la imposición de las condiciones de frontera y la distribución espacial de los nodos son igualmente determinantes. En métodos de colocación, las ecuaciones se construyen aplicando las condiciones de frontera en los nodos de borde y el operador diferencial en el interior del dominio (Ramachandran & Balakrishnan, 2000). Sin embargo, diversos estudios han detectado que la precisión disminuye cerca de la frontera, situación que frecuentemente obliga a emplear refinamientos nodales o estrategias de densificación local.

La literatura ha documentado ampliamente esta problemática. La Rocca et al. (2005) enfatizaron la influencia que ejercen la ubicación y la cantidad de fuentes en métodos basados en soluciones particulares. Kitagawa (1988) evidenció que las condiciones de Dirichlet y Neumann afectan la estabilidad y el condicionamiento del sistema, lo cual obliga a seleccionar distancias adecuadas entre los nodos y la frontera. De manera coincidente, otros estudios sobre MAPS han reportado que los errores más elevados suelen concentrarse en las proximidades del borde, especialmente cuando las variables presentan

gradientes abruptos (Madych & Nelson, 1990; Yao, 2016). Si bien este efecto puede mitigarse mediante distribuciones nodales más densas, Yao et al. (2015) mostraron que los esquemas locales pueden mejorar la estabilidad, aunque exigen un acoplamiento más complejo entre nodos interiores y de frontera.

Este problema cobra especial relevancia en dinámica de fluidos, donde la imposición de condiciones de frontera asociadas a las ecuaciones de Navier–Stokes debe formularse con sumo cuidado. Xue y Barton (2012) demostraron que estas condiciones resultan críticas en distribuciones nodales irregulares, particularmente en métodos basados en la presión. Asimismo, Abbaszadeh y Dehghan (2019) estudiaron flujos no isoterms derivados de la ecuación de continuidad, destacando las dificultades para imponer condiciones de presión en dominios con fronteras abiertas. Lee y Salgado (2013) indicaron que las formulaciones de tracción aún requieren desarrollos más robustos, mientras que Guermond et al. (2010) mostraron que tanto condiciones de presión como de tracción pueden sufrir pérdidas significativas de precisión. Diversas propuestas han surgido para contrarrestar estos problemas (Quak et al., 2011) y otros trabajos han extendido este análisis a fluidos con densidad variable (Mansour & Magherbi, 2009), flujos compresibles (Granados et al., 2018) y cavidades abiertas sujetas a convección natural (Mansour & Magherbi, 2009).

Considerando estas observaciones, el presente trabajo se propone examinar de manera sistemática cómo distintos tipos de condiciones de frontera afectan la precisión del MAPS aplicado a problemas de dinámica de fluidos. Para ello, se comparan soluciones obtenidas con condiciones de Dirichlet, Neumann y mixtas en problemas con soluciones analíticas conocidas, lo cual permite evaluar rigurosamente la influencia de cada caso. La hipótesis fundamental es que, incluso cuando el problema posee una solución única bien definida, la elección e implementación de las condiciones de frontera puede modificar considerablemente la exactitud numérica alcanzada. En consecuencia, se busca poner de manifiesto que la imposición de estas condiciones constituye un componente esencial del método y no un aspecto meramente accesorio.

Asimismo, se muestra que los errores asociados a condiciones de Neumann pueden reducirse mediante un refinamiento nodal adecuado en zonas de entrada y salida, mientras que las condiciones mixtas requieren un balance apropiado entre velocidad y tracción para garantizar estabilidad. En conjunto, estos resultados ofrecen evidencia adicional sobre la relevancia que tiene la formulación de las condiciones de frontera en los métodos de colocación con RBF y, específicamente, en la aplicación del MAPS a problemas de flujo escalar y vectorial.

MÉTODO DE SOLUCIONES PARTICULARES APROXIMADAS (MAPS)

El MAPS para operadores escalares

Consideremos una ecuación diferencial bidimensional de la forma:

$$\nabla^2 u + b_1(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b_2(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y)u = f(x, y) \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

$$B(u) = g(x, y) \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (2)$$

Donde B es un operador diferencial relacionado con las condiciones de contorno; por ejemplo, $B(u) = \partial u / \partial n$ para los límites de Neumann $\partial\Omega_N$, $B(u) = u$ para las condiciones de contorno de Dirichlet en $\partial\Omega_D$, en el límite del problema $\partial\Omega = \partial\Omega_N \cup \partial\Omega_D$. La ecuación anterior es una ecuación de difusión por convección que puede ser reordenada como la siguiente expresión de tipo Poisson:

$$\nabla^2 u = h\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (3)$$

Donde:

$$h\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) = -b_1(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} - b_2(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} - c(x, y)u + f(x, y) \quad (4)$$

Para resolver numéricamente la última ecuación, se aproxima una solución particular mediante RBF, por lo tanto:

$$\hat{u}_p = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi(r_i) \quad (5)$$

Donde N representa el número total de nodos. El siguiente problema analítico auxiliar se puede definir para obtener Φ

$$\nabla^2 \Phi = \phi \quad (6)$$

Luego tenemos que:

$$\Phi(r) = \frac{1}{9} (4c^2 + r^2) \sqrt{r^2 + c^2} - \frac{c^3}{3} \ln(c + \sqrt{r^2 + c^2}) \quad (7)$$

Nótese que la ecuación se puede obtener resolviendo analíticamente $\nabla^2 \Phi(r) = \phi(r)$, debido a que el operador diferencial ∇^2 tiene simetría radial, se puede expresar como $\nabla^2 = 1/r(d/dr(r(d/dr)))$ y se puede integrar repetidamente para obtener la ecuación (Golberg & Chen, 1998; Oseen, 1901). Donde $\phi(r) = \sqrt{r^2 + c^2}$ es la RBF multi cuádrica y $r = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ es la distancia euclidiana entre un punto de colocación $x = (x, y)$ y un punto de prueba $\xi = (\xi_x, \xi_y)$. Ahora la solución puede ser aproximada por:

$$u(x, y) \cong \hat{u} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Phi(r_i) \quad (8)$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$\nabla^2 u \cong \nabla^2 \hat{u} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \nabla^2 \Phi(r_i) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \phi(r_i) \quad (9)$$

Así tenemos que la expresión en (3) queda:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \phi(r_i) = h\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (10)$$

Donde las derivadas del lado derecho también pueden aproximarse mediante expansiones de funciones de base radial. Luego, sustituyendo la ecuación en la ecuación gobernante, se obtiene la siguiente formulación:

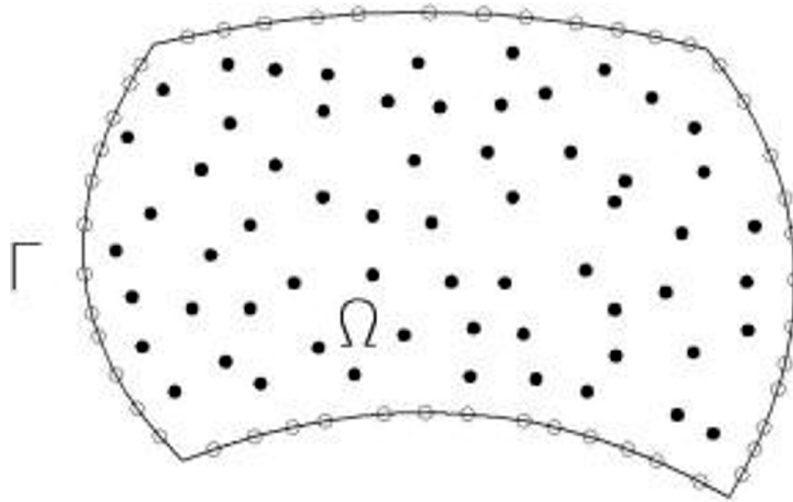
$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \left(\phi(r_i) + \delta(x, y) \frac{\partial \phi}{\partial x}(r_i) + \beta(x, y) \frac{\partial \phi}{\partial y}(r_i) + \gamma(x, y) \phi(r_i) \right) = f(x, y) \quad (11)$$

Por colocación en los nodos internos y de frontera, se obtiene un sistema de ecuaciones si se imponen las siguientes ecuaciones en el nodo j correspondiente.

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \Psi(r_{ij}) = f(x_j, y_j), \quad j = 1, \dots, N_i \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i B(r_{ij}) = g(x_j, y_j), \quad j = N_i + 1, \dots, j = 1, \dots, N_i + N_B \quad (13)$$

Figura 1. Distribución de nodos para MAPS



Nota: Elaboración propia por parte de los autores.

Donde N_B, N_i son el número de nodos frontera e interiores respectivamente, $N = N_i + N_B$, r_{ij} es la distancia entre los nodos i y j , y $\Psi(r_{ij})$ se define a partir de la ecuación (11) como:

$$\Psi(r_{ij}) = \phi(r_{ij}) + \delta(x_j, y_j) \frac{\partial \phi}{\partial x}(r_{ij}) + \beta(x_j, y_j) \frac{\partial \phi}{\partial y}(r_{ij}) + \gamma(x_j, y_j) \phi(r_{ij}) \quad (14)$$

En la figura 1 se muestra un esquema de la distribución de nodos. El sistema de ecuaciones resultante de la colocación se puede escribir en forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} B(r_{11}) \cdots B(r_{1N}) & \vdots & \vdots & B(r_{N_B 1}) \Psi(r_{N_B+1 1}) & \vdots & \Psi(r_{N_1}) \cdots \dots \vdots & \cdots & B(r_{N_B N}) \Psi(r_{N_B+1 N}) \\ & \vdots & \Psi(r_{NN}) \end{pmatrix} (\alpha_1 \vdots \alpha_{N_B} \alpha_{N_B+1} \vdots \alpha_N) = (g(\vec{x}_1) \vdots g(\vec{x}_{N_B}) f(\vec{x}_{N_B+1}) \vdots f(\vec{x}_N)) \quad (15)$$

MAPS global para problemas de flujo de Stokes

Si se considera una región bidimensional arbitraria Ω con límite Γ , llena con un fluido incompresible, un problema de flujo de Stokes se define mediante el siguiente sistema,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \text{ en } \Omega \quad (16)$$

$$\mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (17)$$

Donde $i = 1, 2$ representa las direcciones horizontal y vertical respectivamente, u_i es la velocidad, μ la viscosidad del fluido y p la presión. Las condiciones de frontera naturales vienen dadas por los valores de velocidad y tracción (τ_i) en la superficie, por lo tanto:

$$u_i = u_{ib} \quad \forall x \in \Gamma_u \quad (18)$$

$$\tau_i = \sigma_{ij} n_j = -p n_i + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \tau_{ib}, \forall x \in \Gamma_\tau \quad (19)$$

Donde $\Gamma_u + \Gamma_\tau = \Gamma$ son las condiciones de frontera de velocidad y tracción respectivamente. En este caso, el campo de flujo la solución particular (u^l, p^l) viene dado por el siguiente sistema auxiliar de Stokes no homogéneo.

$$\mu \frac{\partial^2 u_i^l(x, \xi)}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial p^l(x, \xi)}{\partial x_i} = \phi(r) \delta_{ij} \quad (20)$$

$$\frac{\partial u_i^l(x, \xi)}{\partial x_i} = 0 \quad (21)$$

El término no homogéneo $\phi(r)$ es el multi cuadrático RBF ($r = \sqrt{(r_i^2 + c^2)}$), que depende del parámetro de forma c y de la distancia euclidiana $r = |x - \xi|$ (Bustamante et al., 2013), y δ_{ij} es el tensor delta de Kronecker. Las variables u_i^l y p^l son la velocidad y la presión particulares de Stokes, respectivamente. La fórmula de descomposición de Oseen (Power & Wrobel, 1995) se utiliza para hallar la solución fundamental correspondiente de las ecuaciones de Stokes y obtener una expresión cerrada para las soluciones particulares. Integrando la solución particular obtenemos:

$$\mu \frac{\partial^4 \psi(r)}{\partial x_j \partial x_j \partial x_m \partial x_m} \delta_{il} - \mu \frac{\partial^4 \psi(r)}{\partial x_i \partial x_i \partial x_m \partial x_m} - \frac{\partial p^l(x, \xi)}{\partial x_i} = \phi(r) \delta_{il} \quad (22)$$

$$\psi(r) = \frac{1}{12\mu} \left[\frac{1}{75} \phi(r) (4r^4 + 48r^2 c^2 - 61c^4) - c^3 \ln \ln(c) r^2 - \frac{1}{5} (5r^2 - 2c^2) c^3 \ln \ln(c + \phi(r)) \right] \quad (23)$$

$$\hat{u}_i^l(x, \xi) = \frac{1}{\mu} \left\{ \left(\frac{\Psi}{r} + \Psi''' \right) \delta_{ij} - \left[\frac{\Psi}{r} \left(\delta_{ij} - \frac{\hat{x}_i \hat{x}_j}{r^2} \right) + \Psi'' \frac{\hat{x}_i \hat{x}_j}{r^2} \right] \right\} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i^l(x, \xi)}{\partial x_i} = \frac{1}{\mu} \left\{ \left[\left(\frac{\Psi'}{r^2} - \frac{\Psi''}{r} \right) + \Psi''' \right] \frac{\hat{x}_j}{r} \delta_{ij} + \left(\frac{\Psi'}{r^2} - \frac{\Psi''}{r} \right) \left(\frac{\hat{x}_l}{r} \delta_{ij} + \frac{\hat{x}_i}{r} \delta_{lj} \right) - \left[3 \left(\frac{\Psi'}{r^2} - \frac{\Psi''}{r} \right) + \Psi''' \right] \frac{\hat{x}_i \hat{x}_j \hat{x}_k}{r^3} \right\} \quad (25)$$

$$\hat{p}^l = -\mu \frac{\hat{x}_l}{r} \left[\Psi''' - \left(\frac{\Psi'}{r^2} - \frac{\Psi''}{r} \right) \right] \quad (26)$$

Finalmente, los campos de velocidad y presión de Stokes, $\hat{u}$ y $\hat{p}$, se pueden aproximar mediante una superposición lineal de N soluciones particulares ubicadas en N nodos de prueba ξ_k , como:

$$u_i(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k^l \hat{u}_i^l(x, \xi_k) \quad (27)$$

$$p(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k^l \hat{p}^l(x, \xi_k) \quad (28)$$

Reemplazando las ecuaciones (26) y (27) en la ecuación (17), se obtiene la siguiente ecuación, en términos de las soluciones particulares, como:

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k^l \left[\frac{\partial^2 \hat{u}_i^l(r_k)}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \hat{p}^l(r_k)}{\partial x_i} \right] = \sum_{k=1}^N \alpha_k^l [\phi(r_k) \delta_{il}] = 0 \quad (29)$$

El proceso de colocación se completa reemplazando las ecuaciones (26) y (27) en las condiciones de frontera de las ecuaciones (18) y (19), esto permite escribir el siguiente sistema matricial

$$\begin{pmatrix} B^1[\hat{u}_1^1, \hat{u}_2^1, \hat{p}^1] & B^2[\hat{u}_1^1, \hat{u}_2^1, \hat{p}^1] & B^1[\hat{u}_1^2, \hat{u}_2^2, \hat{p}^2] & B^2[\hat{u}_1^2, \hat{u}_2^2, \hat{p}^2] & [\phi] & [0] & [0] & [\phi] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\alpha^1] \\ [\alpha^2] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [g_1(x)] \\ [g_2(x)] \\ [0] \\ [0] \end{pmatrix} \quad (30)$$

con $B^k[\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{p}] = g_k(x)$ como la forma general de la condición de frontera en la dirección k -ésima, donde B^k es el operador de contorno y g_k corresponde al valor del lado derecho de la condición de contorno correspondiente.

HALLAZGOS O RESULTADOS

La influencia de diferentes condiciones de frontera sobre el MAPS se analiza mediante el estudio de la precisión de los resultados numéricos para algunos problemas con soluciones analíticas exactas. Se pueden obtener diferentes condiciones de contorno a partir de la solución exacta, lo que permite comparar los resultados numéricos obtenidos bajo dichas condiciones. Primero, se resuelve una ecuación de convección-difusión-reacción de coeficiente variable para estimar el

efecto de las condiciones de contorno de Neumann en el error numérico. Además, se resuelve un problema Slip Flow en 2D utilizando diferentes tipos de condiciones de contorno: velocidad, tracción y mixtas. Se presentan otros casos para observar el efecto de las condiciones de contorno en la solución MAPS, concretamente problemas con distribución irregular de nodos. Los errores se analizan en términos de número de nodos, tipo de distribución nodal (uniforme o refinada) y valor del parámetro de forma. La precisión numérica se evalúa en términos del error cuadrático medio (RMS) relativo, definido por:

$$\epsilon_{\varphi} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |u_i - \hat{u}_i|^2}{N}}}{|u|_{\max}} \quad (31)$$

donde $\hat{u}_i$ y u_i son las soluciones numéricas y analíticas evaluadas en cada uno de los N puntos totales en todo el dominio, y $|u|_{\max}$ es un factor de normalización elegido como el valor más alto de la solución analítica.

Convección-difusión-reacción con coeficientes variables

Un problema escalar bidimensional dado por la siguiente ecuación se resuelve en el dominio del cuadrado unitario $\{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$,

$$\nabla^2 u + \sin \sin (x + y) u + (xy + x^2) \frac{\partial u}{\partial x} + x \sinh \sinh (y) \frac{\partial u}{\partial y} = f(x, y) \quad (32)$$

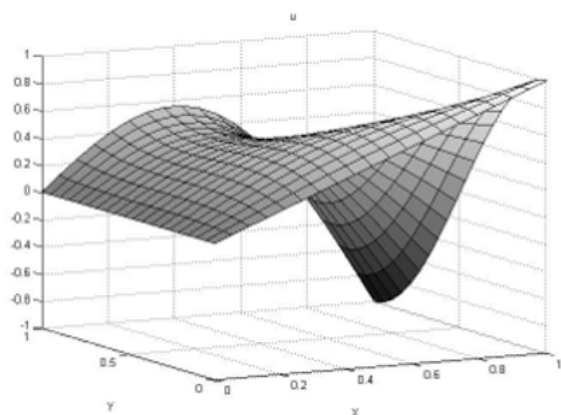
En este caso, el término forzante $f(x, y)$ se estima para satisfacer la siguiente solución analítica propuesta:

$$u = y \sin \sin (\pi x) + x \cos \cos (\pi y) \quad (33)$$

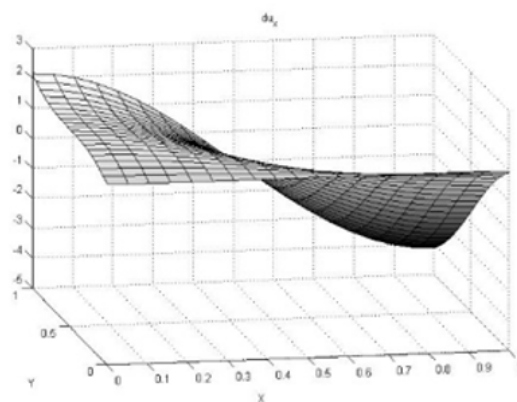
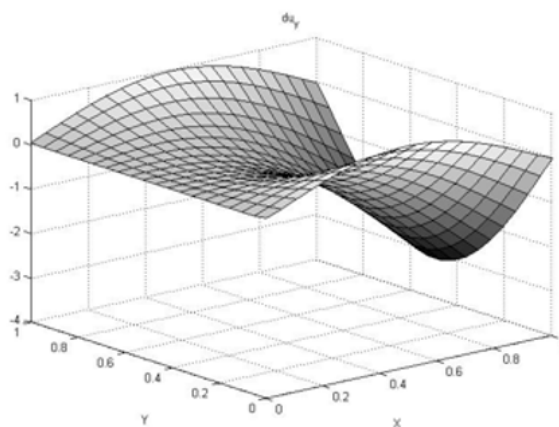
Este problema se resuelve en dos escenarios diferentes: primero, mediante la imposición de la condición de frontera de Dirichlet en todas las fronteras según la solución analítica Ec. (32). Luego, se aplica una condición de Neumann en la línea $y=0$, evaluando la derivada normal de la solución analítica propuesta para analizar la influencia de este tipo de condición en la precisión de MAPS. La solución numérica y sus derivadas, obtenidas con $N=441$ y $c=1 \times 10^{-3}$, se presentan en la Figura 2. Se puede observar que la solución presenta un comportamiento no monótono y que se encuentran gradientes más altos hacia las fronteras. Además, la derivada en la frontera $y=0$, es decir, el valor de la derivada de x , es variable y distinta de cero, lo que dificulta la aproximación numérica.

La influencia del tipo de condición de frontera en la precisión del MAPS se examina en la Tabla 1, que muestra el error RMS para diferentes distribuciones nodales cartesianas uniformes ($N=441, 961$ y 1681). Como se puede observar en la tabla, al aplicar las condiciones de frontera de Neumann, el error de u es casi un orden de magnitud mayor que en el caso de Dirichlet. Se observa una tendencia similar para la derivada $\partial u / \partial x$; es decir, el error asociado con las condiciones de Neumann es mayor que el error asociado con las condiciones de Dirichlet. En todos los casos, el MAPS converge porque, a medida que aumenta el número de puntos, el error disminuye. La última fila de la Tabla 1, muestra las tasas de convergencia calculadas $O(h)$ para cada caso, donde h representa el tamaño de la malla o la distancia entre nodos adyacentes y el exponente es una medida de la tasa de convergencia general. Como se puede observar, el uso de las condiciones de frontera de Neumann tiene un efecto adverso en la tasa de convergencia.

Figura 2. Resultados con la condición de frontera de Dirichlet



a) Solución aproximada

b) Derivada en x, $\partial u / \partial x$ c) Derivada en y, $\partial u / \partial y$

Nota: Elaboración propia por parte de los autores.

Tabla 1. Error RMS de la solución y su derivada según el tipo de condición de frontera

N	Dirichlet		Dirichlet	
	u	$\partial u / \partial x$	u	$\partial u / \partial x$
441	6.69×10^{-4}	9.43×10^{-3}	1.13×10^{-2}	1.87×10^{-2}
961	2.56×10^{-4}	4.65×10^{-3}	6.01×10^{-3}	9.84×10^{-3}
1681	1.29×10^{-4}	2.77×10^{-4}	3.85×10^{-3}	6.25×10^{-3}
$O(h)$	$2.16h^{2.65}$	$2.43h^{1.8}$	$2.44h^{1.76}$	$2.77h^{1.64}$

Nota: Elaboración propia por parte de los autores.

Problema de Slit flow

Las ecuaciones de Stokes (16) y (17) se resuelven mediante el MAPS en un canal recto 2-D de longitud $L=4$ y ancho $W=2w=2$, representado como el dominio $\Omega = [0,4] \times [-1,1]$ que se muestra en la Figura 3. Es bien sabido que este problema corresponde al flujo plano de Poiseuille con la solución exacta u_x en términos de y dada por:

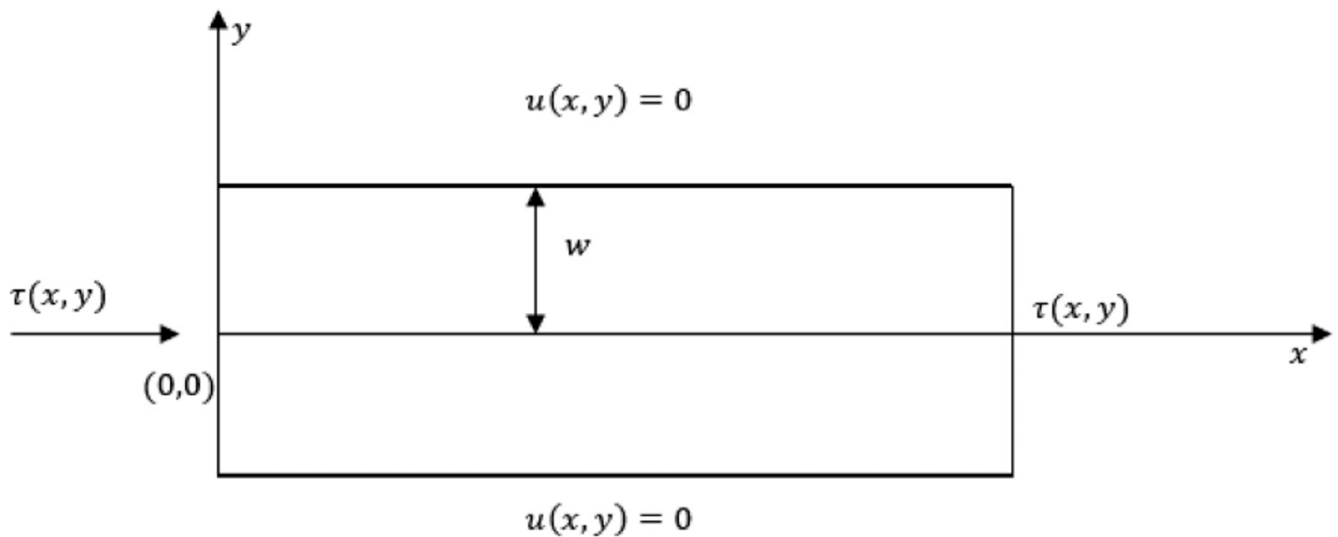
$$u_x = \frac{\Delta P}{2\mu L} (y^2 - w^2) \quad (34)$$

Donde ΔP es una constante que representa la caída de presión a lo largo del canal. En este caso, el gradiente de presión y la viscosidad se fijan como $\Delta P = -90Pa$ y $\mu = 1Pa \cdot s$, respectivamente. Frente a esto, se imponen condiciones de frontera antideslizantes en las paredes, por lo tanto:

$$u = 0, \text{ sobre } y = \pm w \quad (35)$$

Este problema es ilustrativo porque permite aplicar diferentes tipos de condiciones de frontera en los extremos del canal, obtenidas a partir de la solución exacta conocida. Además, la tracción en las esquinas sería discontinua porque el vector normal en esos puntos cambia de dirección y las componentes del vector de tracción cambian en consecuencia. El flujo se considera completamente desarrollado, por lo que la velocidad u_x no depende de la coordenada x . En el flujo unidireccional por rendija, la tracción se reduce a la expresión.

Figura 3. Dominio de problema bidimensional para Slit Flow

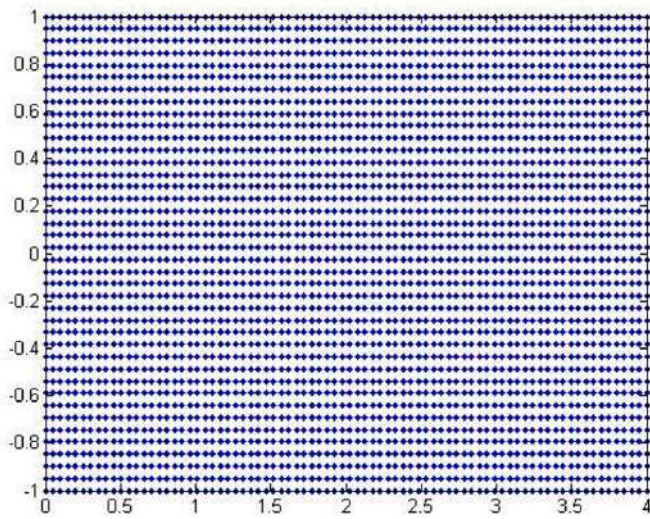


$$t = \tau \cdot n = \left(\pm p \pm \mu \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \quad (35)$$

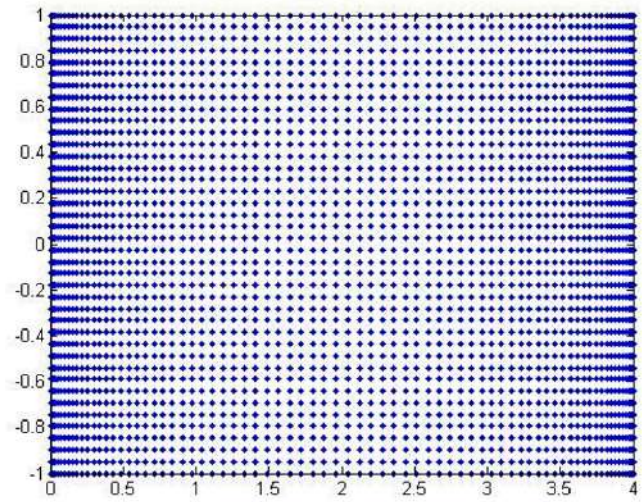
Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

Donde el signo más-menos corresponde a la dirección del vector normal n , en la entrada $n=(-1,0)$ y en la salida $n=(1,0)$, y τ es el tensor de esfuerzo de flujo. Se proponen cuatro combinaciones de condiciones de contorno de velocidad y tracción para resolver este problema (Tipo 1 a Tipo 4), como se muestra en la Tabla 2.

Figura 4. Distribución de nodos para el problema Slit Flow



a) Uniforme



b) Refinada en dirección x

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

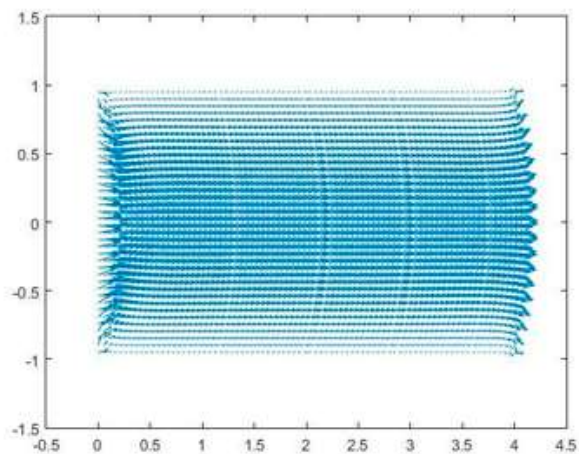
Tabla 2. Condición de frontera problema Slit Flow

	Dirichlet		Dirichlet	
	Tipo 1: Tracción	Tipo 2: Dirichlet	Tipo 3: Mixta	Tipo 4: Tracción analítica
Entrada	$(\tau_x \tau_y) = (P \ 0)$	$(u_x \ u_y) = (u_{Exacta} \ 0)$	$(\tau_x \ u_y) = (P \ 0)$	$(\tau_x \ \tau_y) = \left(P - \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$
Salida	$(\tau_x \ \tau_y) = (-P \ 0)$	$(u_x \ u_y) = (u_{Exacta} \ 0)$	$(\tau_x \ u_y) = (-P \ 0)$	$(\tau_x \ \tau_y) = \left(-P \ \mu \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$

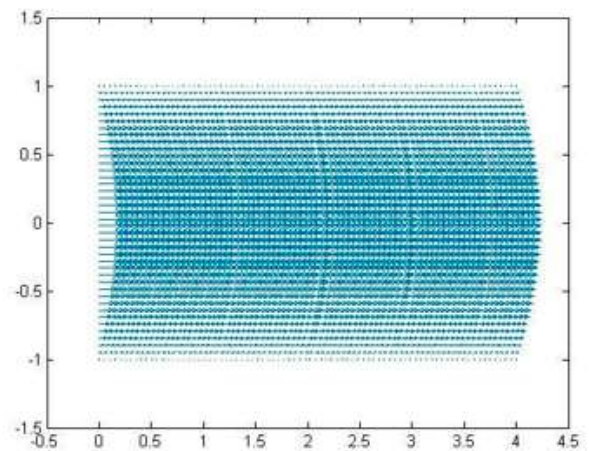
Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

La figura 5 muestra los campos de velocidad obtenidos utilizando la distribución de nodos homogénea de la figura 4a con $N = 3200$. El efecto de aplicar una condición de frontera incorrecta se muestra claramente en la figura 5a, donde el campo de velocidad obtenido con la condición de frontera de Tipo 1 no corresponde a una situación de flujo completamente desarrollado, ya que la componente de velocidad u es distinta de cero cerca de las zonas de entrada y salida. Esto se debe a que la condición $\tau_y = 0$ impuesta en esos límites no es realista para este problema.

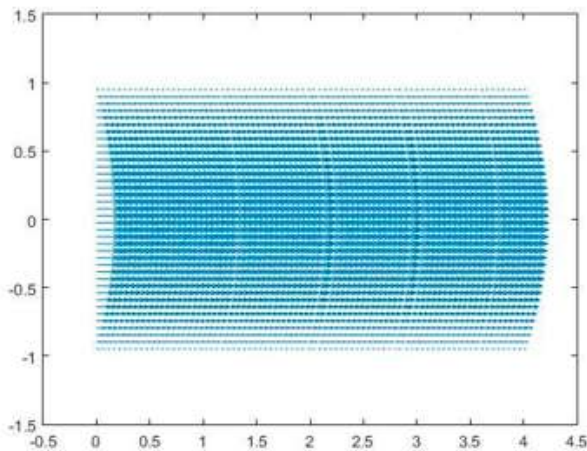
Figura 5. Campos de velocidad numérica para el problema Slit Flow



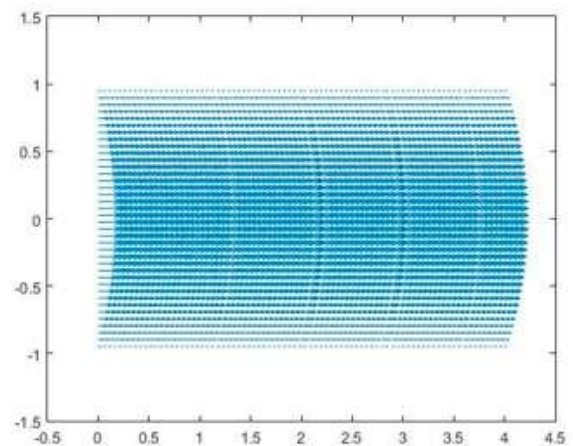
Tipo 1



Tipo 2



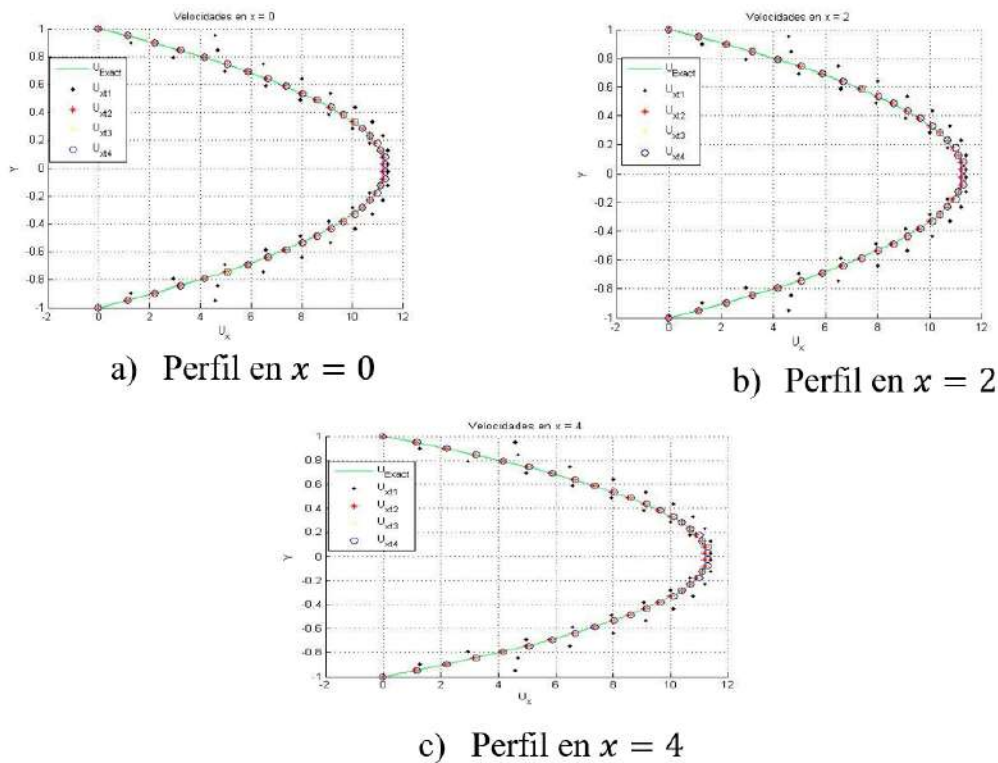
Tipo 3



Tipo 4

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

Según Yao et al. (2011), el error de MAPS puede reducirse refinando la distribución de nodos hacia la frontera. La figura 4b muestra dos patrones de distribución nodal: uniforme (izquierda) y refinado hacia la frontera en la dirección x (derecha). La tabla 3 muestra los errores numéricos para las distribuciones de nodos uniformes y refinadas. En el caso refinado, se observa una mejora significativa para los Tipos 3 y 4 de condiciones de frontera, en comparación con la distribución de nodos uniformes. Como consecuencia del refinamiento de los nodos, el MAPS alcanza errores numéricos del mismo orden de magnitud para las condiciones de límite de Neumann (Tipos 3 y 4) y Dirichlet (Tipo 2).

Figura 6. Perfiles de velocidad para el problema de Slit Flow con $N = 3200$ para los cuatro tipos de condiciones de frontera

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

Tabla 3. Error RMS para el problema Slit Flow

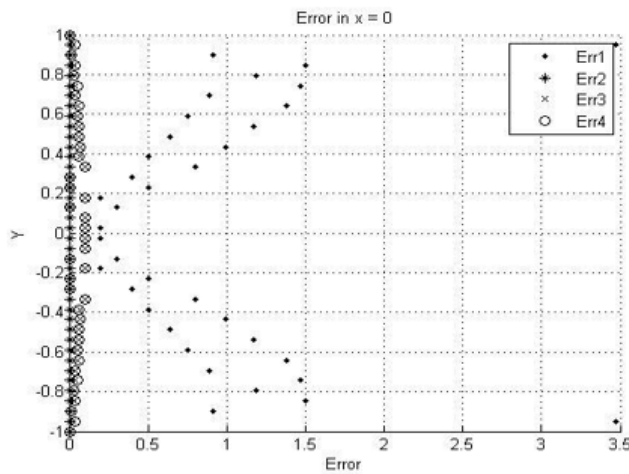
N	Distribución de nodos uniforme			
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
450	3.74×10^{-1}	2.22×10^{-3}	2.52×10^{-2}	3.36×10^{-2}
800	7.86×10^{-2}	2.09×10^{-4}	1.52×10^{-2}	1.29×10^{-2}
1800	2.84×10^{-2}	4.72×10^{-14}	9.23×10^{-3}	9.17×10^{-3}
3200	4.18×10^{-2}	7.89×10^{-14}	5.19×10^{-3}	5.20×10^{-3}
N	Distribución de nodos malla no uniforme refinada			
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
450	4.25×10^{-2}	2.14×10^{-3}	8.48×10^{-4}	8.48×10^{-4}
800	3.99×10^{-2}	2.60×10^{-4}	3.99×10^{-4}	3.99×10^{-4}
1800	4.13×10^{-2}	2.56×10^{-12}	4.65×10^{-12}	3.81×10^{-12}
3200	4.05×10^{-2}	4.46×10^{-12}	7.92×10^{-12}	1.06×10^{-11}

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

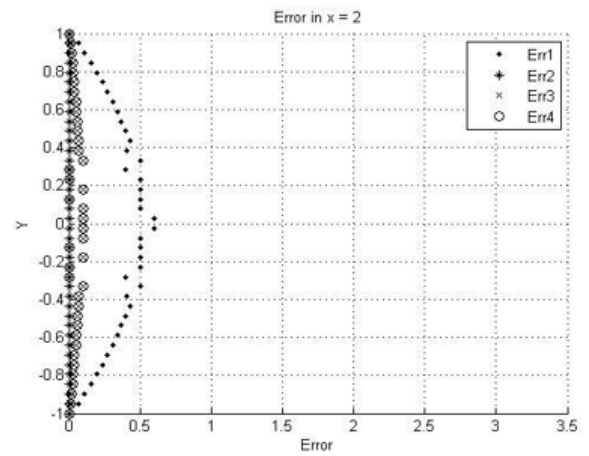
Para explorar los efectos locales de las condiciones de frontera, en la Figura 6 se presentan resultados numéricos utilizando la distribución nodal refinada. Como se muestra allí, se obtienen perfiles de velocidad similares en todo el dominio para los Tipos 2, 3 y 4, ya que son analíticamente equivalentes para un flujo completamente desarrollado. Sin embargo, sólo los Tipos 3 y 4 son numéricamente equivalentes, como se observa en la figura 7 (error), donde la diferencia entre la velocidad numérica y la analítica se representa en la misma posición x .

Las condiciones de frontera de Tipo 2 producen el mejor resultado, como se esperaba, ya que se basan en la solución de velocidad exacta conocida sin ningún cálculo de derivada. Por el contrario, el error en los Tipos 3 y 4 aumenta hacia el centro del dominio ($x = 2$), donde existe una distribución de nodos más burda tras el refinamiento.

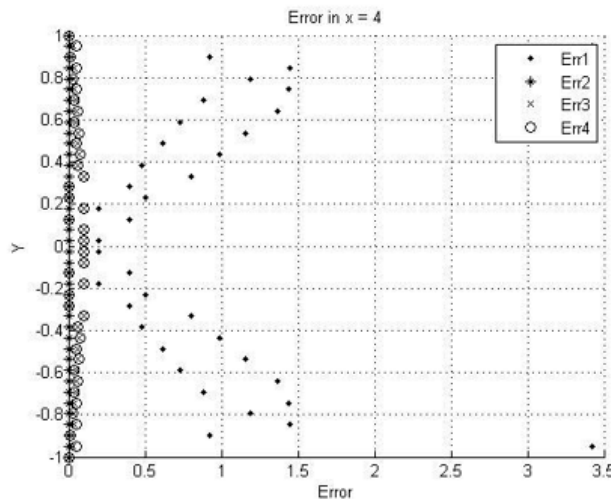
Figura 7. Perfiles de error de velocidad local para el problema de Slit Flow con $N = 3200$



a) Error u en $x = 0$



b) Error u en en $x = 2$



c) Error u en $x = 4$

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

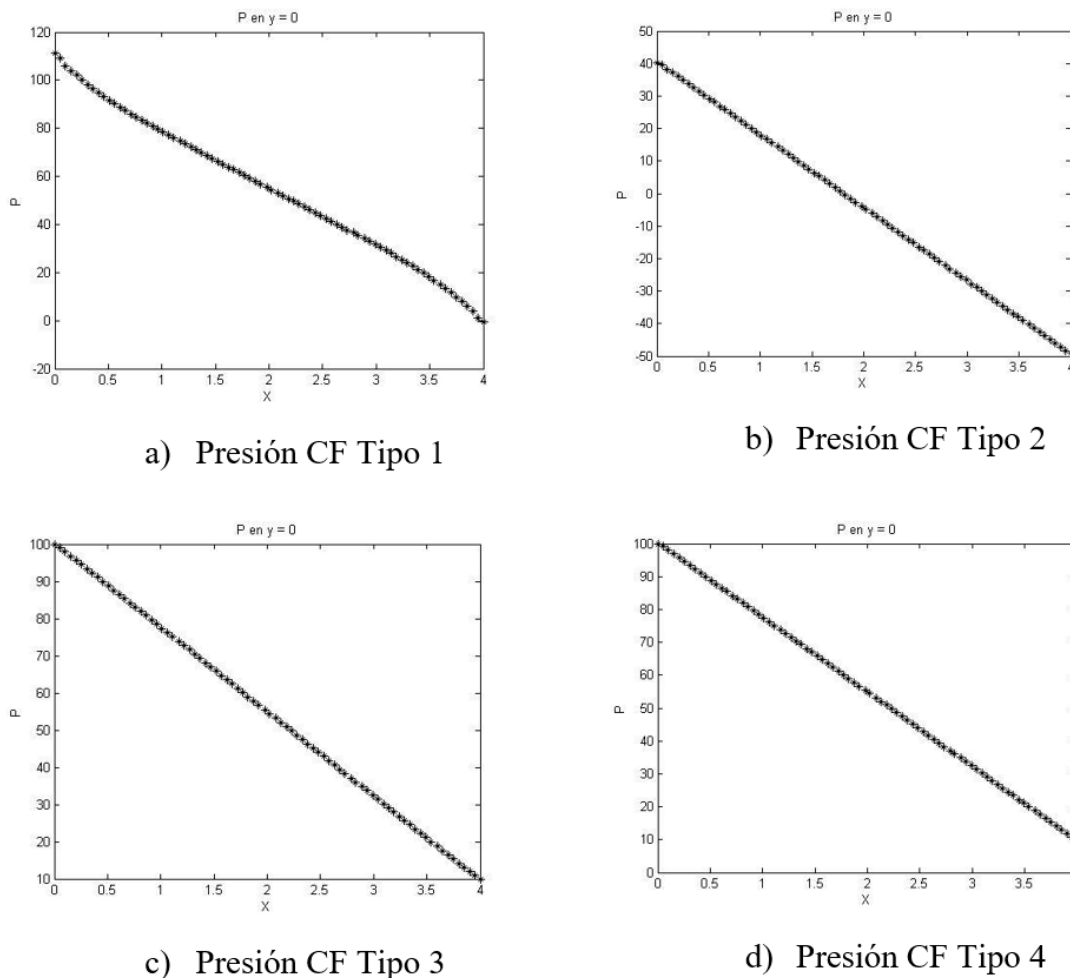
Convección natural entre placas paralelas

El uso de las condiciones de contorno mixtas propuestas en el Tipo 3 permite obtener soluciones numéricas para situaciones de flujo completamente desarrolladas, como la convección natural entre placas paralelas verticales. En este caso, la ecuación de energía estacionaria con disipación viscosa despreciable (Ecuación 46) se resuelve mediante MAPS escalares, acopladas con las ecuaciones de Stokes, incluyendo la aproximación de Boussinesq en la ecuación de momento (Ecuación 47).

$$\rho c_p \left(u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (36)$$

$$\mu \nabla^2 u - \nabla p = -\rho \beta g (T - T_m) \quad (37)$$

Figura 8. Perfiles de error de velocidad local para el problema de Slit Flow con $N = 3200$



Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

En las ecuaciones anteriores, c_p , κ y β son el calor específico del fluido a presión constante, la conductividad y la expansión térmica volumétrica, respectivamente, $T_m = (T_0 + T_1)/2$ es la temperatura promedio donde T_0 y T_1 son temperaturas de pared como se muestra en la Figura 9.

Considerando el flujo térmico e hidrodinámico desarrollado y suponiendo una disipación viscosa despreciable, es posible obtener las soluciones analíticas adimensionales para la temperatura y la velocidad, respectivamente, dadas por las ecuaciones (38) y (39). Estas soluciones analíticas se obtienen imponiendo condiciones de contorno de Dirichlet en las paredes para la temperatura (temperaturas fijas) y la velocidad y (condición antideslizante).

$$\frac{T-T_m}{T_1-T_m} = -x^* \quad (38)$$

$$u_y^* = \frac{1}{6}(Gr \cdot Pr)(x^{*3} - x^*) \quad (39)$$

Las coordenadas adimensionales x^* y la velocidad u_y^* y los números de Grashof (Gr) y Prandtl (Pr) se dan mediante las siguientes ecuaciones,

$$x^* = \frac{x}{x_0} \quad (40)$$

$$u^* = \frac{\rho c_p x_0}{\kappa} u_y \quad (41)$$

$$Gr = \frac{g\beta x_0^3(T_1 - T_m)}{v^2} \quad (42)$$

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\kappa} \quad (43)$$

Donde $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática. A medida que el producto $GrPr$ aumenta su valor, los efectos de convección natural son mayores y, en consecuencia, el gradiente $\partial u_y / \partial x$ aumenta, lo que dificulta la obtención de una solución numérica precisa.

Este problema se resuelve numéricamente en el dominio bidimensional $\Omega = [-1, 1] \times [0, 2]$ con $\rho = 1$, $\beta = 0,5$ y $\kappa = 1,0$. Se varió la viscosidad (μ) para obtener diferentes valores de $GrPr$. Para las implementaciones de MAPS, la temperatura se aproximó en términos de las soluciones particulares de Poisson (Ecuación 11) y se impusieron las siguientes condiciones de contorno de Dirichlet y Neumann:

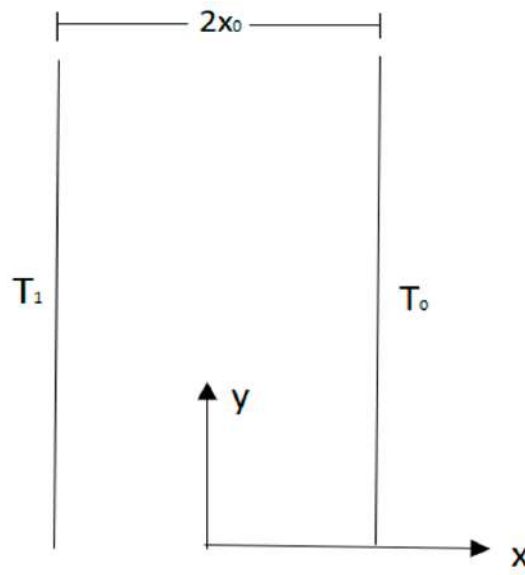
$$\{x = 1, T = T_0 \quad x = -1, T = T_1 \quad (44)$$

$$\{y = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad y = 2, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (45)$$

Para resolver las ecuaciones de Stokes mediante MAPS, se aproximaron la velocidad y la presión en términos de soluciones particulares de Stokes con condición antideslizante en los muros límite y se impusieron condiciones de límite Tipo 3 en la entrada y la salida de acuerdo con:

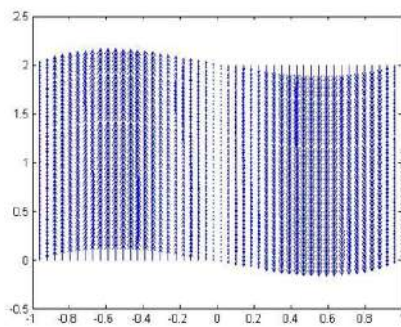
$$\{u_x = 0, \tau_y = 0 \text{ en } y = 0 \quad u_x = 0, \tau_y = 0 \text{ en } y = 2 \quad u = 0, \text{ en } x = \pm 1 \quad (46)$$

Figura 9. Dominio problema convección natural

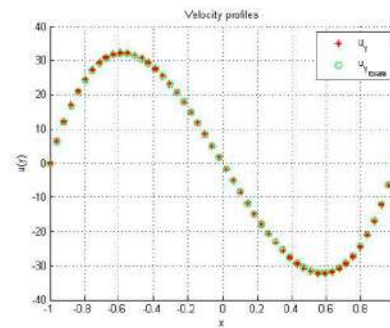


Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

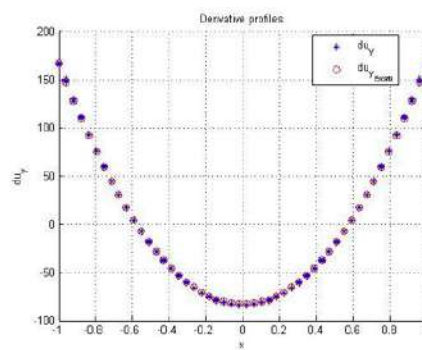
Figura 10. Solución para $GrPr = 500$: (a) campo de velocidad numérica, (b) perfil numérico y analítico de u_y en dirección x , (c) perfil numérico y analítico de $(\partial u_y)/\partial x$ en dirección x .



(a)



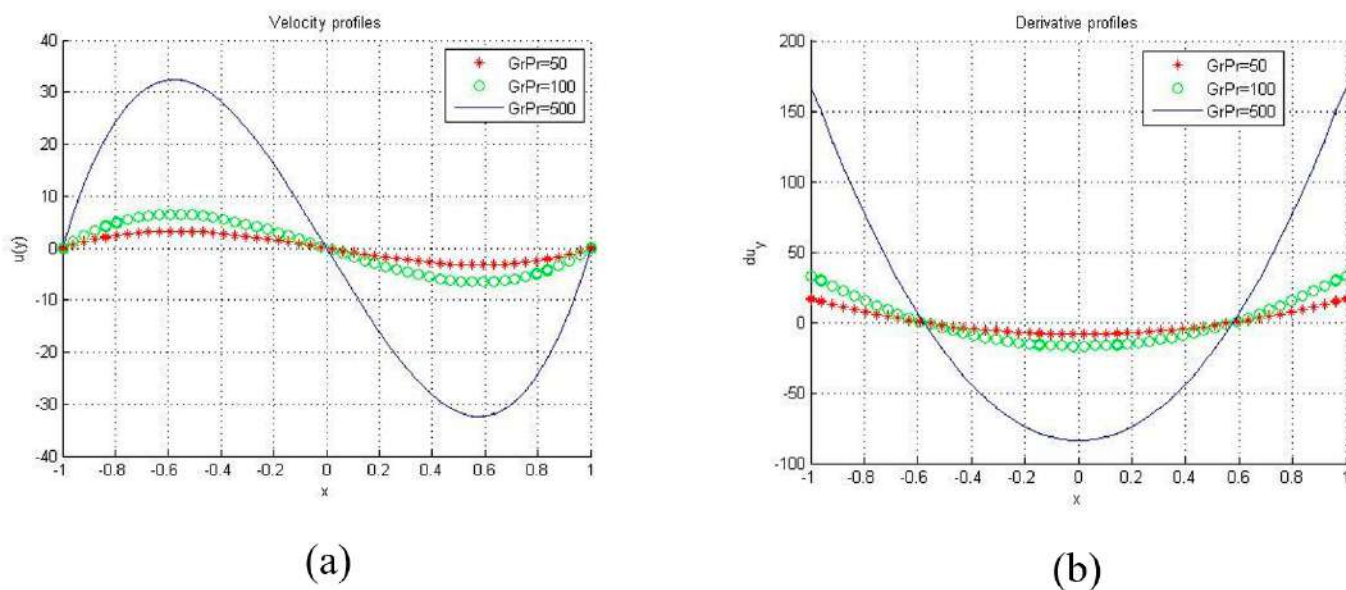
(b)



(c)

Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

Figura 11. Comparación de resultados numéricos para diferentes valores de $GrPr$: (a) perfil u_y , (b) perfil $(\partial u_y)/\partial x$



Nota. Elaboración propia por parte de los autores.

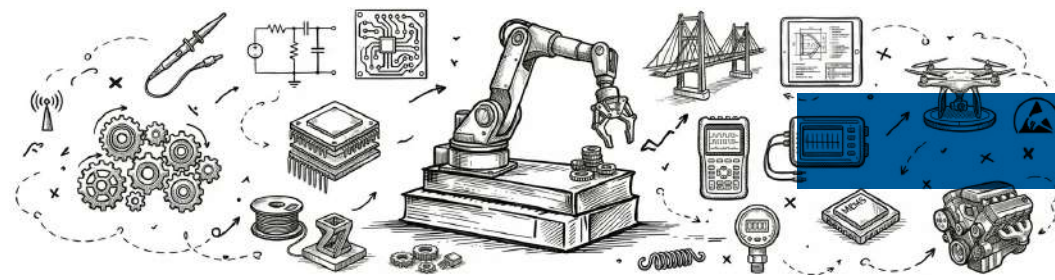
CONCLUSIONES

El análisis de los tres problemas abordados en este capítulo permite confirmar que la forma en que se imponen las condiciones de frontera influye de manera significativa en la precisión del Método de Soluciones Particulares Aproximadas (MAPS). En el caso de la ecuación escalar de convección-difusión, se evidenció que las condiciones de Neumann generan un aumento notable del error en las zonas cercanas a la frontera. Este comportamiento reafirma la sensibilidad del método ante la imposición de derivadas normales, particularmente cuando los gradientes son pronunciados. El uso de distribuciones nodales más densas demostró ser una estrategia efectiva para mitigar este efecto.

El segundo problema, correspondiente al flujo deslizante modelado con las ecuaciones de Stokes, puso de manifiesto que las inconsistencias más marcadas aparecen al emplear esquemas de frontera que no representan adecuadamente la tracción de un flujo completamente desarrollado. En particular, la condición tipo 1 —que no incluye la tracción— introdujo errores apreciables en los perfiles de velocidad internos. Sin embargo, la adopción de distribuciones nodales refinadas o adaptativas permitió reducir las discrepancias y aproximarse con mayor fidelidad a la solución analítica.

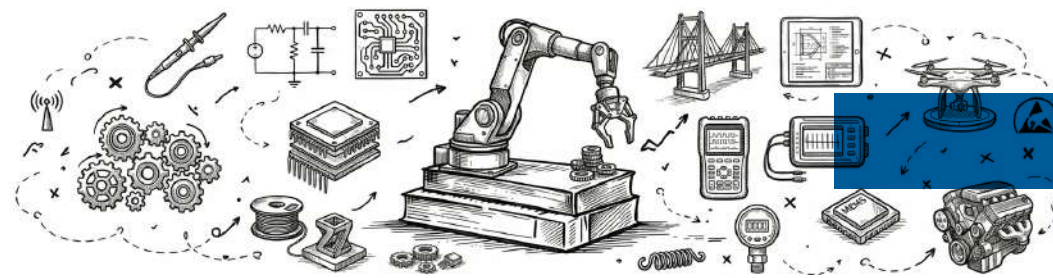
Por su parte, las condiciones mixtas empleadas en el tercer problema, relativo a la convección natural entre placas paralelas, mostraron un desempeño robusto y estable incluso para valores elevados del parámetro $GrPr$. Este esquema, que combina velocidad y tracción, se consolidó como una alternativa versátil para obtener soluciones precisas con MAPS, ya que facilita el control de la presión y estabiliza la formulación en configuraciones más complejas.

En conjunto, los resultados de estos tres casos indican que la elección de las condiciones de frontera no es un aspecto accesorio dentro del método, sino un componente determinante para garantizar la calidad de las aproximaciones numéricas. Ajustes adecuados en la formulación de las fronteras, acompañados de estrategias apropiadas de distribución nodal, permiten maximizar la efectividad de MAPS y mejorar notablemente su rendimiento en problemas de dinámica de fluidos.



REFERENCIAS

- Abbaszadeh, M., & Dehghan, M. (2019). Meshless Petrov–Galerkin method for 2D non-isothermal incompressible flow. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 106, 300–308.
- Abbaszadeh, M., Khodadadian, A., Parvizi, M., Dehghan, M., & Heitzinger, C. (2019). A direct meshless local collocation method for solving stochastic Cahn–Hilliard–Cook and stochastic Swift–Hohenberg equations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 98, 253–264.
- Bustamante, C., Power, H., & Flórez, W. (2013). A global meshless collocation particular solution method for solving the 2D Navier–Stokes system. *Computers & Mathematics with Applications*, 65(12), 1939–1955.
- Chen, W., Fu, Z., & Jin, B. (2010). A truly boundary-only meshfree method for inhomogeneous problems based on recursive composite multiple reciprocity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 34(3), 196–205.
- Chen, W., Tanaka, M. (2002). A meshfree, exponential-convergence, integration-free, and boundary-only RBF technique. *Computers & Mathematics with Applications*, 43(3–5), 379–391.
- Chen, W., Yao, G., & Fu, Z. (2014). Approximate particular solutions for solving nonhomogeneous partial differential equations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 44, 19–25.
- Fairweather, G., & Karageorghis, A. (1998). The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems. *Advances in Computational Mathematics*, 9, 69–95.
- Golberg, M. A., & Chen, C. S. (1998). The method of fundamental solutions for potential, Helmholtz and diffusion problems. In *Boundary Integral Methods* (Vol. 1, pp. 103–176).
- Granados, J., Power, H., Bustamante, C., Flórez, W., & Hill, A. (2018). A global particular solution meshless approach for lid-driven cavity flow with magnetic fields. *Computers & Fluids*, 160, 120–137.
- Guermond, J. L., Mineev, P., & Shen, J. (2010). Error analysis of pressure boundary conditions for the incompressible Navier–Stokes equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 48(1), 53–79.
- Hon, Y. C., & Schaback, R. (2001). On unsymmetric collocation by radial basis functions. *Applied Mathematics and Computation*, 119(2–3), 177–186.

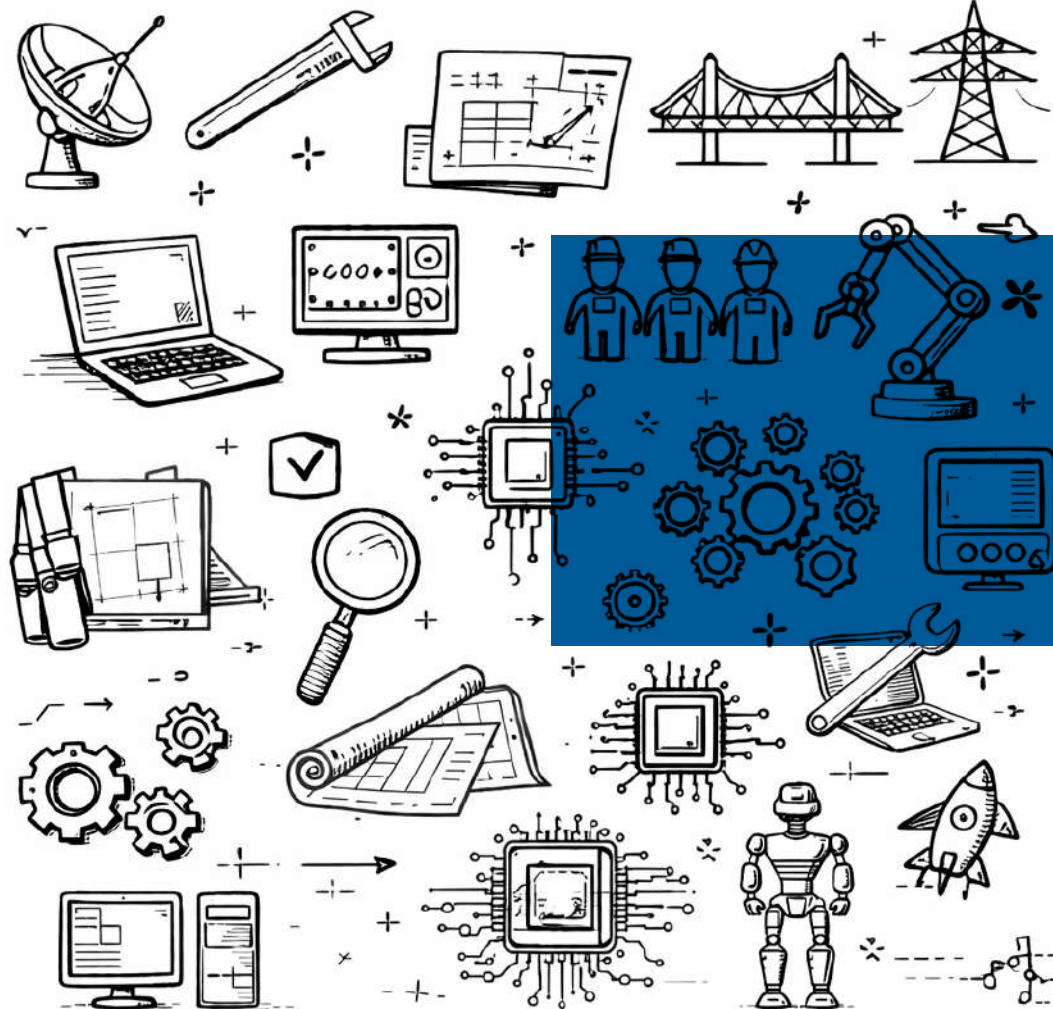


REFERENCIAS

- Jumarhon, B., Amini, S., & Chen, K. (2000). The Hermite collocation method using radial basis functions. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 24(7–8), 607–611.
- Kansa, E. J., & Hon, Y. C. (2000). Circumventing the ill-conditioning problem with multiquadric radial basis functions: Applications to elliptic PDEs. *Computers & Mathematics with Applications*, 39(7–8), 123–137.
- Kitagawa, T. (1988). On the numerical stability of the method of fundamental solutions applied to Dirichlet problems. *Japan Journal of Applied Mathematics*, 5, 507–518.
- La Rocca, A. L., Rosales, A. H., & Power, H. (2005). RBF Hermite collocation for time-dependent convection–diffusion problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 29(4), 359–370.
- Lee, C., & Salgado, A. J. (2013). Traction boundary conditions in incompressible flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 246, 79–100.
- Madych, W. R., & Nelson, S. (1990). Multivariate interpolation and conditionally positive definite functions. *Mathematics of Computation*, 54, 211–230.
- Mansour, R. B., & Magherbi, M. (2009). Boundary condition effects on natural convection in open cavities. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 5923–5930.
- Mohebbi, A., Abbaszadeh, M., & Dehghan, M. (2013). The use of a meshless technique based on collocation and radial basis functions for solving the time-fractional nonlinear Schrödinger equation arising in quantum mechanics. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 37(2), 475–485.
- Orsini, P., Power, H., & Morvan, H. (2008). Improving volume element methods by meshless radial basis function techniques. *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 23(3), 187–207.
- Powell, M. (1994). The uniform convergence of thin plate spline interpolation in two dimensions. *Numerische Mathematik*, 68, 107–128.
- Power, H., Caruso, N., & Portapila, M. (2017). A note on the use of the companion solution (Dirichlet Green's function) on meshless boundary element methods. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 75, 57–64.



- Quak, W., van den Boogaard, A. H., González, D., & Cueto, E. (2011). A comparative study on meshless approximations and their integration. *Computational Mechanics*, 48(2), 121–137.
- Ramachandran, P., & Balakrishnan, K. (2000). Radial basis functions as approximate particular solutions: Review. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 24(7–8), 575–582.
- Shu, C., & Ding, H. (2001). Local radial basis function-based differential quadrature and its application to solve Navier–Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192, 941–954.
- Wright, G. B., & Fornberg, B. (2006). Scattered node compact finite-difference-type formulas generated from radial basis functions. *Journal of Computational Physics*, 212(1), 99–123.
- Xue, S.-C., & Barton, G. (2012). Implementation of boundary conditions and global mass conservation in pressure-based FV methods on unstructured grids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55, 5233–5243.
- Yao, G. (2016). An improved localized method of approximate particular solutions for elliptic PDEs. *Computers & Mathematics with Applications*, 71(1), 171–184.
- Yao, G., Sarler, B., & Chen, C. (2011). A comparison of three explicit local meshless methods using RBFs. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 35, 600–609.
- Yao, G., Chen, S., Li, W., & Young, D. (2015). Localized MAPS method for near-singular 2D and 3D problems. *Computers & Mathematics with Applications*, 70, 2883–2894.



2

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE ONDAS SÍSMICA PARA LA EXPLORACIÓN DE HIDROCARBUROS EN UN MEDIO HOMOGÉNEO

ANALYSIS OF SEISMIC WAVE BEHAVIOR FOR HYDROCARBON EXPLORATION IN A HOMOGENEOUS MEDIUM

⁴Santhier Stiwar Mosquera Ampudia

⁵Yilber Javier Quinto Díaz

⁶Haslen Palacios Bonilla

⁴ MSc. Matemáticas Aplicadas. Universidad Tecnológica del Chocó Diego Luis Córdoba. Cvlac: https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001503861. Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-2810-8650>, Correo: santhierstiwar.mosquera@utch.edu.co.

⁵ DSc. Ciencia Matemática. Universidad Tecnológica del Chocó Diego Luis Córdoba. Cvlac: https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001484023. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8537-0144>, Correo: yilber.quinto@utch.edu.co

⁶ MSc. Física Aplicadas. Universidad Tecnológica del Chocó Diego Luis Córdoba. Correo: haslen.palacios@utch.edu.co, Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3405-7502>. Cvlac: <https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/EnRecursoHumano/inicio.do>

RESUMEN

El estudio del comportamiento de las ondas sísmicas constituye un aspecto fundamental en la exploración geofísica, dado que su correcta modelación permite comprender mejor la dinámica de los medios terrestres y optimizar los procesos de interpretación de datos. En el contexto de la exploración de hidrocarburos y la caracterización de estructuras geológicas, se ha identificado la necesidad de disponer de herramientas matemáticas y computacionales robustas que permitan simular la propagación de ondas en medios homogéneos. Esta problemática afecta directamente a investigadores e ingenieros del área, en tanto que las limitaciones en los modelos de propagación generan incertidumbre en la toma de decisiones asociadas a exploración y análisis sísmico.

Ante esta situación, el presente trabajo tiene como objetivo analizar el comportamiento de ondas sísmicas en un medio homogéneo mediante la formulación de la ecuación de Helmholtz y la implementación del método de los elementos finitos. Para alcanzar dicho propósito, se empleó una metodología matemática y numérica que incluyó el análisis de la formulación débil de la ecuación de Helmholtz, la construcción de mallas de elementos finitos y la simulación computacional utilizando el software FreeFem++, lo que permitió representar y evaluar el campo de onda bajo diversas condiciones de frontera.

Como resultado, se obtuvieron simulaciones que evidencian la incidencia de las condiciones de frontera en la propagación de las ondas, así como la estabilidad y precisión del método de elementos finitos para este tipo de problemas. Los hallazgos destacan la pertinencia de aplicar modelos matemáticos y técnicas numéricas en el análisis sísmico, ya que proporcionan soluciones aproximadas con alta fidelidad en contextos donde los métodos analíticos resultan inviables. Por su parte, el impacto social y la transferencia tecnológica de este trabajo se reflejan en la posibilidad de fortalecer herramientas para la exploración geofísica y en el diseño de modelos aplicables en otros campos como la acústica, la ingeniería civil o la caracterización de materiales. La accesibilidad de herramientas libres como FreeFem++ permite reducir brechas en el acceso a tecnologías de simulación avanzadas, facilitando su implementación en distintos sectores académicos e industriales.

PALABRAS CLAVE: acústica, ecuación de Helmholtz, elementos finitos, exploración sísmica, modelación matemática, propagación de ondas.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Mosquera, S., Quinto, Y. y Palacios, H. (2026). Análisis del comportamiento de ondas sísmica para la exploración de Hidrocarburos en un medio homogéneo. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 39-53). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.2>

ABSTRACT

The study of seismic wave behavior is a fundamental aspect of geophysical exploration, as accurate modeling enables a better understanding of the dynamics of terrestrial media and supports more precise interpretation of seismic data. In the context of hydrocarbon exploration and the characterization of geological structures, there is a clear need for robust mathematical and computational tools capable of simulating wave propagation in homogeneous media. This issue directly affects researchers and engineers in the field, since limitations in propagation models generate uncertainty in decision-making processes associated with seismic exploration and analysis.

This research aims to analyze the behavior of seismic waves in a homogeneous medium through the formulation of the Helmholtz equation and the application of the finite element method. To achieve this goal, a mathematical and numerical methodology was employed, which included the weak formulation of the Helmholtz equation, the construction of finite element meshes, and computational simulations using FreeFem++, allowing for the representation and evaluation of the wave field under different boundary conditions.

The results show simulations that reveal the influence of boundary conditions on wave propagation, as well as the stability and accuracy of the finite element method for this type of problem. Findings highlight the relevance of applying mathematical models and numerical techniques in seismic analysis, since they provide highly reliable approximate solutions in contexts where analytical methods are unfeasible. The social impact and technological transfer of this study lie in the possibility of strengthening tools for geophysical exploration and designing models applicable to other fields such as acoustics, civil engineering, or material characterization. The accessibility of open-source software like FreeFem++ helps reduce technological gaps, enabling the use of advanced simulation tools across academic and industrial sectors.

KEYWORDS: acoustics, finite elements, Helmholtz equation, mathematical modeling, seismic exploration, wave propagation.

How to cite this chapter?

In APA: Mosquera, S., Quinto, Y. and Palacios, H. (2026). Análisis del comportamiento de ondas sísmica para la exploración de Hidrocarburos en un medio homogéneo. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 39-53). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.2>

INTRODUCCIÓN

El estudio de la propagación de ondas sísmicas ha adquirido una relevancia creciente en los últimos años, en particular por su estrecha relación con procesos de exploración geofísica, evaluación de riesgos naturales y análisis de la dinámica de los materiales terrestres. La sísmica, entendida como la rama de la geofísica que emplea las ondas elásticas para explorar y caracterizar las estructuras internas de la Tierra, constituye hoy en día una de las principales herramientas utilizadas tanto en la industria del petróleo y gas como en la investigación académica orientada a la comprensión de fenómenos naturales.

En este contexto, el presente trabajo se centra en el análisis del comportamiento de ondas sísmicas en un medio homogéneo, mediante el uso de la ecuación de Helmholtz y la implementación del método de los elementos finitos. La elección de este enfoque obedece a la necesidad de contar con modelos matemáticos y numéricos que permitan representar, de manera aproximada pero suficientemente precisa, el comportamiento de las ondas en medios que, si bien no son perfectamente homogéneos en la realidad, pueden considerarse como tales en condiciones controladas de simulación.

Es necesario resaltar que la exploración sísmica constituye una práctica común en la búsqueda de hidrocarburos y en la identificación de estructuras geológicas. Las ondas generadas artificialmente en la superficie se propagan a través de los estratos terrestres, por lo que, al reflejarse en discontinuidades geológicas, permiten obtener información acerca de la composición y disposición de las capas internas. Sin embargo, la complejidad de la corteza terrestre, caracterizada por cambios en la densidad, elasticidad y composición de las rocas, genera múltiples desafíos para la modelación precisa de las ondas.

Para afrontar estas dificultades, la matemática aplicada y los métodos numéricos se convierten en aliados estratégicos. La ecuación de Helmholtz, derivada de la ecuación de ondas en el régimen de frecuencia, constituye un modelo fundamental en el estudio de la propagación de fenómenos ondulatorios. Su resolución, no obstante, exige técnicas avanzadas como el método de los elementos finitos, el cual permite discretizar el dominio de estudio y aproximar soluciones en geometrías complejas o condiciones de frontera específicas.

Por su parte, el problema que da origen a esta investigación se relaciona con la limitada disponibilidad de modelos numéricos eficientes y accesibles que permitan simular la propagación de ondas sísmicas en medios homogéneos bajo condiciones de frontera diversas. Esta carencia genera incertidumbre en los procesos de interpretación de datos sísmicos y en la toma de decisiones en contextos como la exploración de recursos naturales, el análisis de estabilidad estructural o la evaluación de riesgos asociados a fenómenos sísmicos.

La elección de desarrollar esta investigación responde a la necesidad de fortalecer el uso de modelos matemáticos aplicados a la geofísica, aportando una herramienta de simulación que sea válida tanto para fines académicos como prácticos. El análisis del comportamiento de ondas sísmicas en medios homogéneos constituye un punto de partida esencial antes de avanzar hacia escenarios más complejos, en los cuales los medios pueden ser heterogéneos, anisotrópicos o presentar irregularidades geométricas significativas. Además, la incorporación del método de los elementos finitos mediante plataformas de libre acceso, como FreeFem++, otorga un valor adicional al trabajo, ya que posibilita la apropiación de herramientas tecnológicas sin restricciones de licenciamiento, lo que redundará en un mayor alcance y en la posibilidad de transferencia del conocimiento a comunidades académicas e industriales con recursos limitados.

Dentro de los principales hallazgos mediante el uso del modelo, se resalta la exactitud del modelo en frecuencias superiores a 40 Hz a través del refinamiento de la malla. El precio que se paga para obtener un bajo error es el incremento en el tamaño del sistema lineal y el costo computacional para resolverlo. Finalmente, se resaltan los criterios técnicos para mejorar la

calidad de la información sísmica, optimizar la relación señal/ruido, ajustar los modelos de propagación y tomar decisiones más seguras en la selección de sitios de perforación y estimación del potencial de producción de hidrocarburos.

OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Objetivo general

- Analizar el comportamiento de ondas sísmicas en un medio homogéneo, mediante la formulación de la ecuación de Helmholtz y la aplicación del método de los elementos finitos, con el fin de evaluar la influencia de las condiciones de frontera en la propagación de las ondas.

Objetivos específicos

- Formular matemáticamente el problema de propagación de ondas sísmicas en un medio homogéneo, utilizando la ecuación de Helmholtz.
- Implementar el método de los elementos finitos para la resolución del problema en dos dimensiones.
- Realizar simulaciones computacionales con diferentes condiciones de frontera, analizando su impacto en la propagación del campo de onda.
- Validar la pertinencia y estabilidad de los resultados numéricos obtenidos para la exploración de hidrocarburos.

Hipótesis de investigación

¿La resolución de la ecuación de Helmholtz mediante el método de los elementos finitos constituye una herramienta eficaz para simular y analizar el comportamiento de las ondas sísmicas en un medio homogéneo, permitiendo aproximaciones numéricas estables y confiables frente a condiciones de frontera diversas, que faciliten la exploración de hidrocarburos?

MARCO CONCEPTUAL O TEÓRICO

Este marco conceptual aborda los fundamentos principales que sustentan la investigación: la teoría de ondas, la ecuación de Helmholtz como modelo matemático, el método de los elementos finitos como estrategia numérica, y los aportes de la exploración sísmica y la simulación computacional en contextos científicos y tecnológicos.

La propagación de ondas sísmicas

Las ondas sísmicas son perturbaciones que se propagan a través de los materiales de la corteza terrestre y constituyen la base de los métodos de exploración geofísica. Según Yovel et al. (2023), el movimiento de partículas dentro de un medio elástico puede representarse mediante ecuaciones diferenciales que describen tanto ondas longitudinales (P) como transversales (S). En medios homogéneos, la propagación de estas ondas puede considerarse uniforme, lo que facilita el análisis matemático al reducir las variables asociadas a heterogeneidades y anisotropías. Sin embargo, la realidad geológica es más compleja, razón por la cual los modelos homogéneos funcionan como punto de partida para validar teorías y métodos numéricos.

Autores como Bruno (2023), han señalado que la comprensión de la propagación sísmica no solo es fundamental para la exploración de hidrocarburos, sino también para la prevención de riesgos asociados a terremotos, tsunamis y otros fenómenos naturales.

La ecuación de ondas y la ecuación de Helmholtz

El fundamento matemático de la propagación ondulatoria se encuentra en la ecuación de ondas, derivada de las leyes de Newton y la elasticidad lineal. Dicha ecuación, en su forma general, se expresa como:

$$\nabla^2 u(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

Donde $u(x, t)$ representa el desplazamiento; c es la velocidad de propagación; ∇^2 es el operador de Laplace. Por lo que al aplicar la transformada de Fourier en el dominio temporal, la ecuación de ondas se transforma en la ecuación de Helmholtz, formulada como:

$$\nabla^2 u(x) + k^2 u(x) = -f(x) \quad (2)$$

Donde k es el número de onda y $f(x)$ corresponde a la fuente. Así, “la ecuación de Helmholtz aparece en múltiples disciplinas: acústica, electromagnetismo, mecánica cuántica y sísmica” (Protasov et al., 2023). Su importancia radica en que describe campos estacionarios en el dominio de la frecuencia, lo cual permite analizar cómo se comporta la energía sísmica al interactuar con diferentes condiciones de frontera.

Métodos de solución de la ecuación de Helmholtz

Resolver la ecuación de Helmholtz no siempre es posible mediante métodos analíticos, especialmente en dominios irregulares. Por esta razón, se han desarrollado métodos de aproximación como:

- **Método de diferencias finitas.** Utilizado para discretizar el dominio en una grilla regular, aunque presenta limitaciones en geometrías complejas.
- **Método espectral.** Basado en expansiones en series de funciones ortogonales.
- **Método de elementos finitos (MEF).** Introducido por Courant (1943) y ampliamente desarrollado en las décadas posteriores, es hoy en día una de las herramientas más potentes para resolver ecuaciones diferenciales parciales en dominios arbitrarios.

Entre estas alternativas, el método de los elementos finitos se destaca por su versatilidad y precisión, motivo por el cual ha sido seleccionado en esta investigación.

El método de los elementos finitos (MEF)

El MEF es una técnica de aproximación numérica que consiste en dividir el dominio de estudio en subregiones llamadas elementos finitos, dentro de los cuales la solución se aproxima mediante funciones base. Estas funciones se ensamblan

en un sistema global de ecuaciones que, al resolverse, proporcionan una aproximación de la solución en todo el dominio (Pisarciuc et al., 2023).

Su formulación se apoya en el método de Galerkin y en la teoría de espacios de Sobolev, lo que asegura la convergencia bajo ciertas condiciones; una de sus ventajas principales es la posibilidad de manejar geometrías irregulares y condiciones de frontera diversas, aspecto crucial en problemas de propagación sísmica. En aplicaciones sísmicas, el MEF permite representar fenómenos como reflexiones, refracciones y atenuaciones de la onda. Estudios como los de (Zarei & Hedayati, 2024) muestran que la estabilidad del método depende en gran medida de la relación entre la longitud de onda y el tamaño de los elementos de la malla.

Herramientas computacionales en la simulación sísmica

El avance de la computación científica ha posibilitado la implementación del MEF en software especializado. Entre las herramientas más relevantes se encuentran:

- **FreeFem++**. Plataforma de código abierto que permite la resolución de ecuaciones diferenciales parciales mediante el MEF, ampliamente utilizada en entornos académicos.
- **COMSOL Multiphysics y ANSYS**. Software comercial con aplicaciones en ingeniería.
- **WaveLab y otros paquetes en MATLAB**. Orientados a la simulación de propagación de ondas.

La elección de FreeFem++ en esta investigación se justifica por su carácter gratuito, su flexibilidad y su aplicabilidad en escenarios académicos con recursos limitados.

TRANSFERENCIA TECNOLÓGICA E IMPACTO SOCIAL

Las teorías que respaldan este estudio no solo tienen implicaciones académicas, sino también sociales y tecnológicas. El uso de modelos matemáticos para simular ondas sísmicas impacta directamente en:

- **Exploración de hidrocarburos**. Al optimizar la selección de pozos exploratorios y reducir costos.
- **Prevención de riesgos**. Al contribuir a una mejor comprensión de la propagación de sismos en determinadas regiones.
- **Educación**. Al proveer herramientas de libre acceso que pueden ser utilizadas en la formación de ingenieros y geofísicos.

El impacto social se refleja en la democratización del acceso a tecnologías de simulación y en la posibilidad de transferir conocimientos a sectores con limitaciones económicas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Tipo de investigación

El presente estudio se enmarca dentro del paradigma positivista e investigación de carácter aplicado, sustentada en el uso de modelos matemáticos y simulaciones numéricas para analizar un fenómeno físico de relevancia geofísica: la propagación

de ondas sísmicas en un medio homogéneo. Se adopta un enfoque cuantitativo y de modelación computacional, que combina la formulación teórica con la implementación de métodos numéricos en un entorno de simulación.

La naturaleza del trabajo es experimental-computacional, dado que no se recolectaron datos de campo, sino que se generaron condiciones controladas mediante modelos y programas informáticos para analizar las variables de interés.

Método general

El método utilizado fue el método de los elementos finitos (MEF), aplicado a la resolución de la ecuación de Helmholtz en dos dimensiones. Este método se seleccionó por su capacidad de aproximar soluciones en dominios complejos y bajo diversas condiciones de frontera. Esta implementación del MEF se realizó a través de las siguientes fases:

1. Formulación matemática del problema de propagación sísmica en un medio homogéneo.
2. Discretización del dominio mediante la construcción de mallas de elementos finitos.
3. Definición de condiciones de frontera (Dirichlet, Neumann y Robin) para simular diferentes escenarios.
4. Implementación computacional en el software FreeFem++, una herramienta de libre acceso especializada en resolver ecuaciones diferenciales parciales.
5. Simulación numérica de la propagación de ondas sísmicas bajo distintas configuraciones.
6. Análisis comparativo de los resultados obtenidos frente a soluciones analíticas y criterios de estabilidad.

Contexto y población de análisis

La investigación no se centró en una población humana, sino en un modelo físico-matemático que representa la propagación de ondas sísmicas. El objeto de análisis fue un medio homogéneo idealizado, caracterizado por densidad y velocidad de propagación constantes. Este escenario se escogió porque permite validar el método numérico en un contexto simplificado antes de su aplicación en modelos heterogéneos o más realistas.

Herramientas y materiales

Se utilizaron tanto recursos conceptuales como tecnológicos, los cuales se describen a continuación:

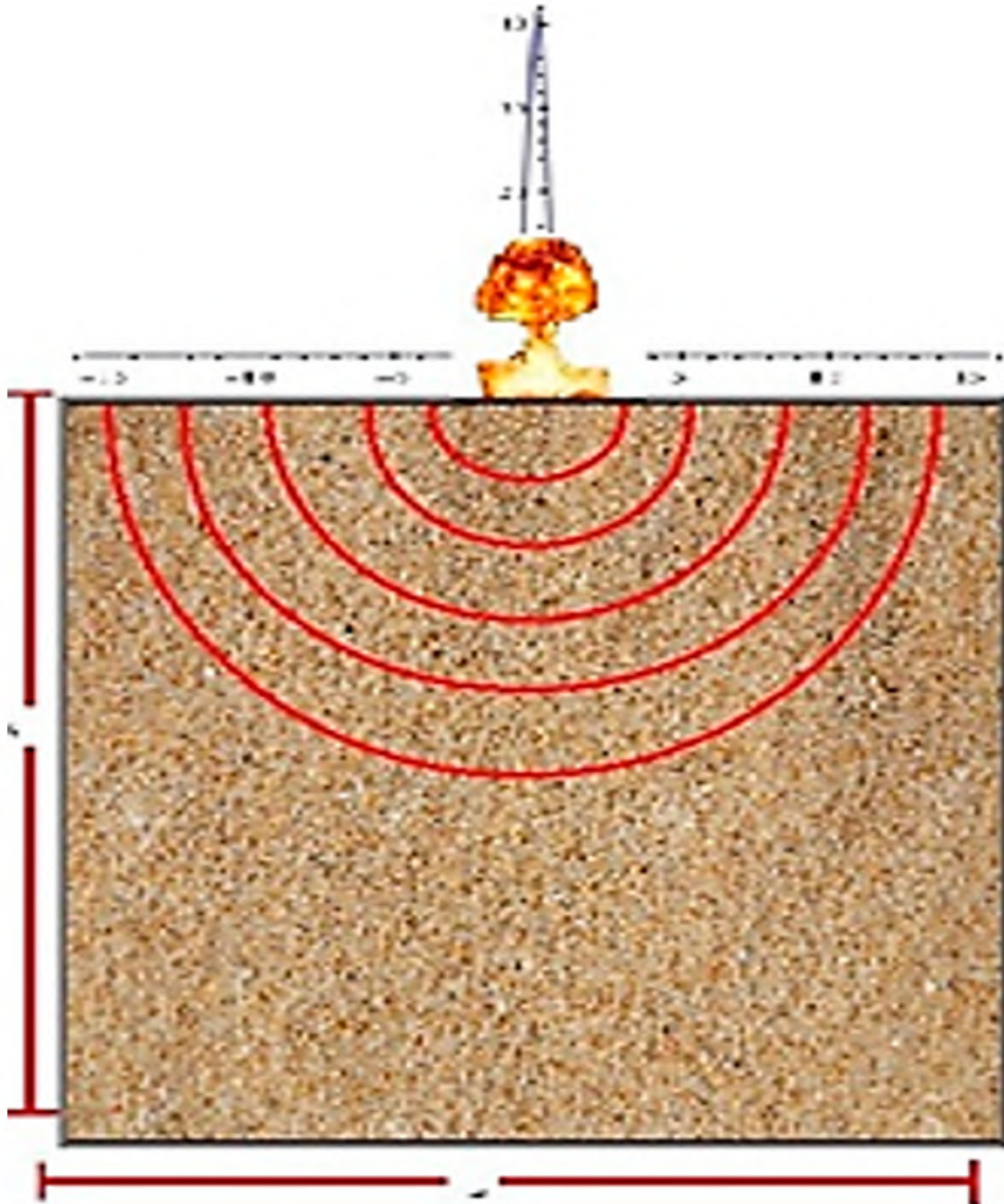
Recursos teóricos. Se hizo uso de la ecuación de ondas y su reducción a la ecuación de Helmholtz; teoría de condiciones de frontera (Dirichlet, Neumann, Robin, y no reflectantes); bases del método de Galerkin como sustento del MEF.

Recursos computacionales. Como recursos computacionales, se hizo uso de FreeFem++, como software de código abierto para simulaciones con elementos finitos; como lenguaje de programación propio de FreeFem++ para definir geometrías, mallas, funciones base y condiciones de frontera; y un equipo de cómputo con procesador de 4 núcleos, 16GB de RAM y sistema operativo Linux/Windows para la ejecución de las simulaciones.

HALLAZGOS O RESULTADOS

Se estudia la propagación acústica de la onda en una configuración geométrica definida y se presenta el problema de valor en la frontera que se desea estudiar. Se asume un medio homogéneo e isótropo; es decir, las funciones de velocidad y densidad se asumen constantes (Zhang et al., 2025).

Figura 12. Medio homogéneo para la exploración de hidrocarburos



Nota. Región (Ω) de estudio libre de medios dispersantes, para facilitar la perforación del suelo; imagen de elaboración propia.

En la región no acotada se incluyen anisotropías, no linealidades, etc. La región acotada, en la que se busca la solución numérica, se usa una función en la frontera que sirva como puente entre la solución numérica y la analítica. El problema está formulado como:

$$\Delta u(x, \omega) + \frac{\omega^2}{c(x)^2} u(x, \omega) = -\delta(x - x_0), \forall x \in \Omega \subset R^2 \quad (3)$$

$$u = G \forall x \in \Gamma \quad (4)$$

Por su parte, con el fin de comparar los resultados obtenidos con el método de los elementos finitos, se emplea una solución analítica conocida. Dada la ecuación de Helmholtz con velocidad de onda constante:

$$c(x) = c \quad (5)$$

En este sentido, un conjunto de condiciones de frontera o condiciones de radiación en dominios no acotados. Se puede encontrar una solución única para el campo u . Cuando la función de forzamiento o fuente de la ecuación de Helmholtz es un impulso, la solución puede encontrarse usando la función de Green en la forma.

$$G(x, x_0, \omega) = \frac{i \operatorname{sgn}(\omega)}{4} H_0^{(1)} \left(\frac{\omega |x - x_0|}{c(x_0)} \right) \quad (6)$$

Donde $H_0^{(1)}$ es la función de Hankel de orden cero, aquella que servirá para determinar el error de las aproximaciones realizadas. Además, en cuanto a las consideraciones para la determinación del campo acústico desde el punto de vista de la simulación numérica se destaca el dominio acotado

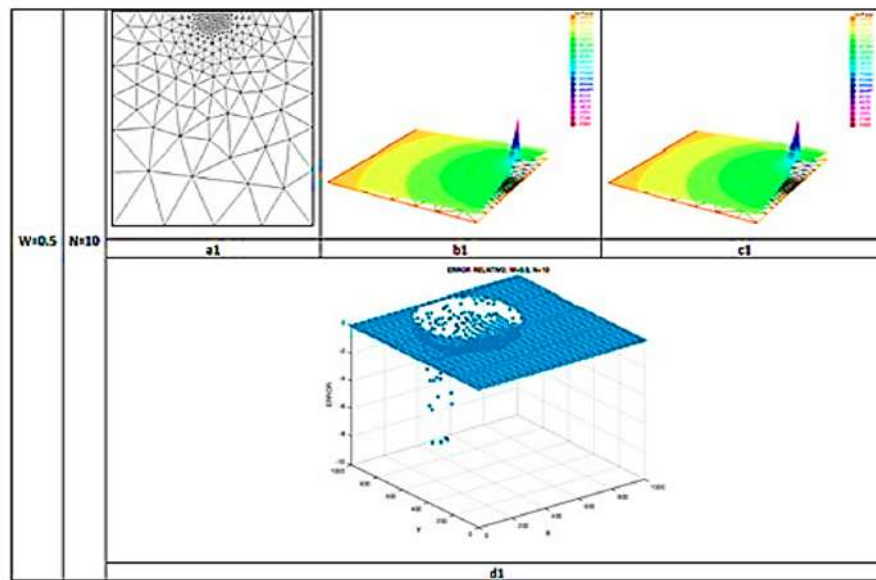
$$\Omega = (0,1000) \times (0,1000) \quad (7)$$

Medio homogéneo con velocidad $c = \frac{1600m}{s}$ (8), frecuencia (ω).

Los datos sísmicos están limitados por banda y el ancho de banda de la mayoría de datos sísmicos contienen información útil entre 5 Hz y 100 Hz. Un amplio ancho de banda es muy importante porque cuanto mayor sea este, mejor será la imagen del subsuelo. Este ancho de banda es generado con la adquisición de datos sísmicos en intervalos de tiempo regulares. Por lo general, se presentan periodos de muestreo de 1ms, 2ms, 4ms, 8ms. Para cada periodo (T) se calcula la frecuencia de muestreo como:

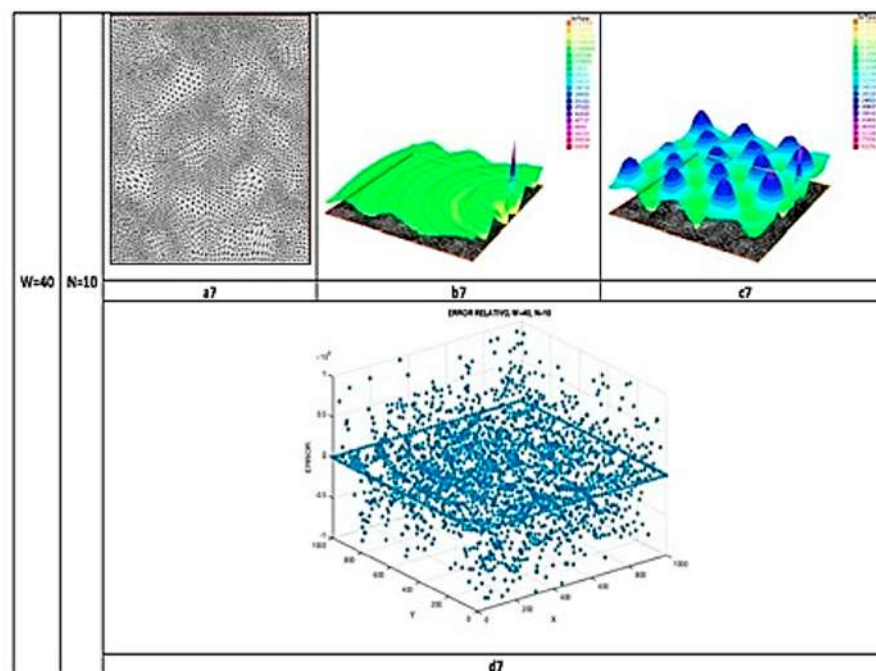
$$f = \frac{1}{T} \quad (9)$$

Para un periodo de 1 ms, se presenta una frecuencia de 1000Hz. Cuando se presenta un muestreo inadecuado de la señal, se genera ambigüedad entre los datos sísmicos y el ruido. La señal sísmica con frecuencias más altas se reconstruye en forma de señal sísmica con bajas frecuencias. Es por ello que la mayoría de los sistemas de adquisición sísmica son seguros con $f = 125\text{Hz}$, porque las fuentes sísmicas como camiones Vibro y dinamita no envían altas frecuencias muy lejos; la tierra filtra y los atenúa antes de que lleguen al receptor. Como resultados se obtienen los siguientes comportamientos de ondas para algunas frecuencias a saber:

Figura 13. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(\text{Hz}) = 0,5$ 

Nota. Elaboración propia.

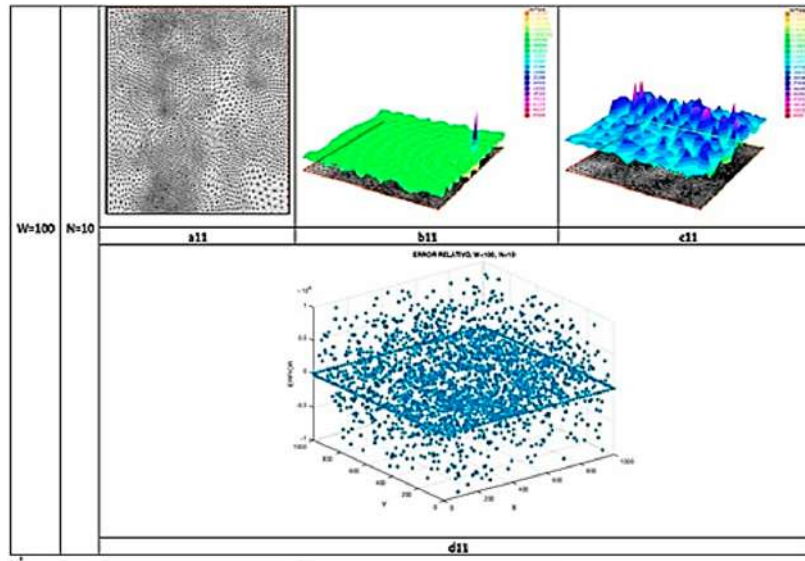
Con relación a la imagen anterior, el pico se interpreta como la zona de mayor amplitud de la señal, allí la energía se concentra más debido a la interferencia constructiva o a la proximidad con la fuente del disparo sísmico. Lo que permite penetrar más profundamente en el subsuelo, aunque con menor resolución. Esto es clave para identificar estructuras grandes como anticlinales o trampas de petróleo.

Figura 14. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(\text{Hz}) = 40$ 

Nota. Elaboración propia.

A partir de la imagen anterior, se observa una discretización mucho más densa del dominio. Esto permite capturar fenómenos más complejos. Al igual que varios picos repetidos y distribuidos en forma periódica, semejantes a “montículos”, no penetran tan profundo como las frecuencias bajas, pero dan mayor resolución. Son las que permiten distinguir detalles finos de la estructura del subsuelo: capas delgadas, pequeñas fallas, variaciones laterales de los estratos.

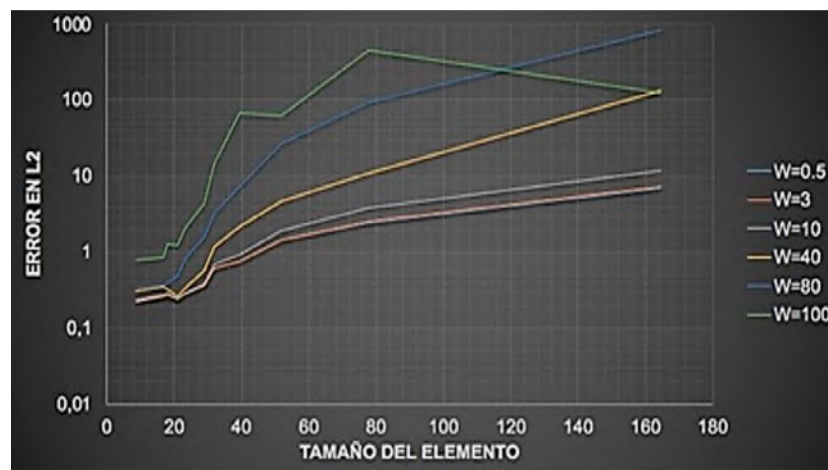
Figura 15. Comportamiento de onda sísmica para $\omega(\text{Hz}) = 100$



Nota. Elaboración propia.

Con base en esto, se observa una longitud de onda menor (más oscilaciones) al igual que la energía “se reparte” en muchos máximos, donde el campo es muy detallado espacialmente. El modelo resalta detalles finos de la respuesta sísmica (capas delgadas, pequeñas fallas y bordes de reservorio), fundamentales para la caracterización y delimitación del yacimiento. A cambio, la señal no penetra tan profundo como a frecuencias bajas, por lo que se complementa con éstas en el diseño sísmico.

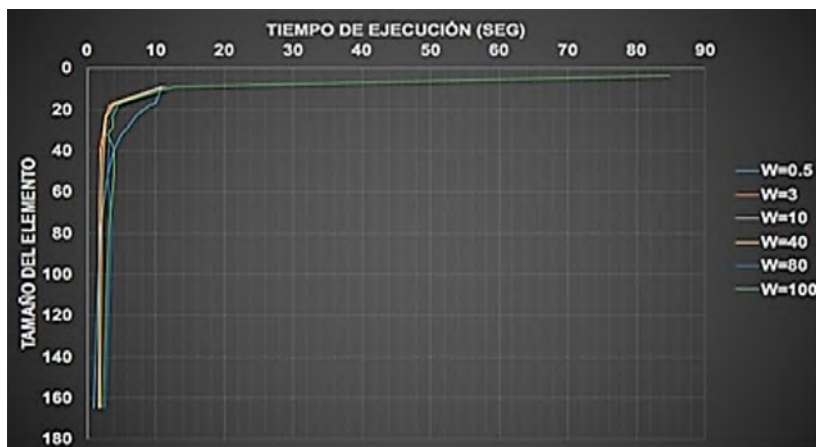
Figura 16. Comportamiento del error de la norma en L^2



Nota. Elaboración propia.

El gráfico muestra que el error en norma L2 aumenta a medida que crece el tamaño del elemento y la frecuencia de la onda (W), siendo mucho más notorio para frecuencias altas como W=80 y W=100, donde el error puede dispararse en órdenes de magnitud. En la exploración de hidrocarburos, esta relación es crítica porque el modelamiento sísmico busca reproducir fielmente la propagación de ondas: un error elevado puede distorsionar las reflexiones, ocultar o inventar falsos contrastes geológicos, y por tanto conducir a interpretaciones erróneas sobre la ubicación o el tamaño de los reservorios.

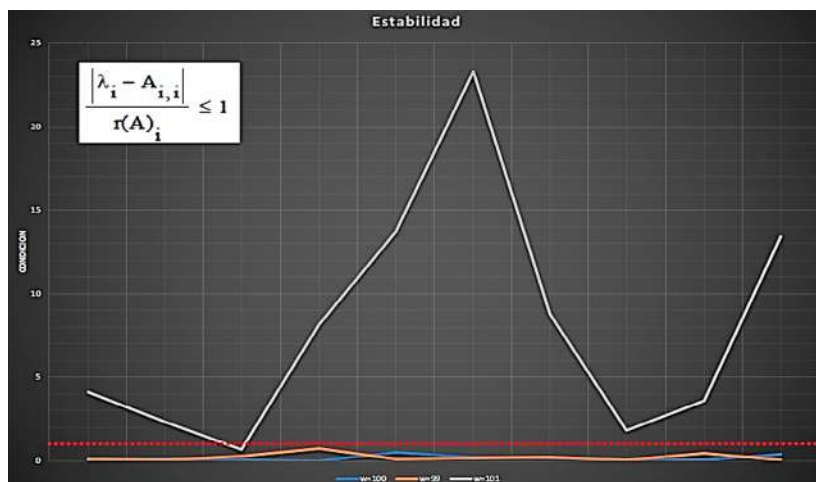
Figura 17. Comportamiento del error del error vs tiempo de Ejecución



Nota. Elaboración propia.

El gráfico muestra que, al aumentar el tamaño del elemento en la malla, el error en L2 crece, aspecto que se intensifica con frecuencias altas (W=40, W=80, W=100). Es decir, mallas más gruesas no representan bien las oscilaciones de las ondas y generan errores grandes. Si se busca demasiado detalle (malla muy fina), el tiempo de ejecución puede ser enorme, encareciendo los estudios sísmicos y retrasando la toma de decisiones en campo.

Figura 18. Criterio de estabilidad en las soluciones



Nota. Elaboración propia.

La estabilidad garantiza que pequeñas perturbaciones (ruido en datos, redondeo numérico, discretización de la malla) no crezcan desproporcionadamente en la simulación. Si la condición de estabilidad se cumple (≤ 1), los resultados son suaves,

consistentes y físicamente interpretables. Si se viola ($\gg 1$), el método “explota”: aparecen picos, oscilaciones no físicas y pérdida total de confianza en la predicción. La estabilidad en las soluciones significa que el modelo numérico controla la propagación de errores y produce resultados robustos. En exploración de hidrocarburos, esto se traduce en imágenes sísmicas confiables que permiten diferenciar con seguridad estructuras geológicas reales de artefactos numéricos, reduciendo riesgos y costos en la búsqueda de petróleo y gas.

CONCLUSIONES

Finalmente, se logró formular matemáticamente el problema de propagación de ondas sísmicas a partir de la ecuación de ondas, reducida a la ecuación de Helmholtz en el dominio de la frecuencia. Esta formulación permitió disponer de un modelo sólido para representar el fenómeno y constituyó la base sobre la cual se construyó la aproximación numérica, en donde la claridad de la formulación y su aplicabilidad en distintos campos (acústica, electromagnetismo, mecánica cuántica, entre otros) confirman la vigencia y relevancia de esta ecuación como herramienta fundamental en la física matemática.

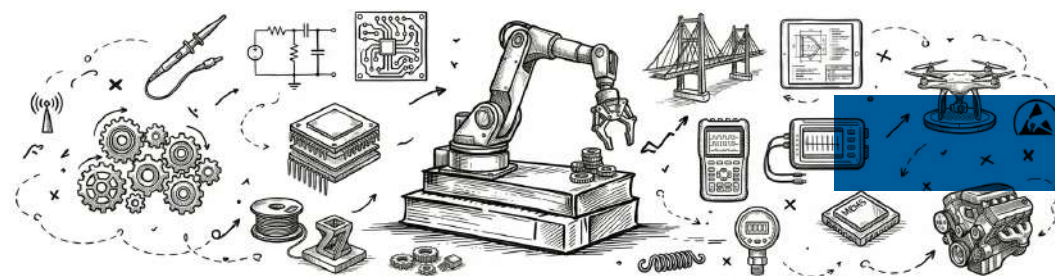
En segundo lugar, la implementación del método de los elementos finitos (MEF) demostró ser una estrategia adecuada para aproximar la solución de la ecuación de Helmholtz en dos dimensiones. La discretización del dominio en mallas de elementos triangulares y la utilización de funciones base polinomiales facilitaron la resolución del problema en escenarios donde los métodos analíticos resultan impracticables. Se evidenció que la densidad y calidad de la malla tienen una influencia directa en la precisión de los resultados, confirmando la necesidad de mantener un número suficiente de nodos por longitud de onda para garantizar estabilidad numérica.

En tercer lugar, se comprobó que las condiciones de frontera ejercen un papel determinante en la propagación de las ondas. Las simulaciones revelaron que, dependiendo de si se emplean condiciones de Dirichlet, Neumann o Robin, la distribución de amplitud y fase presenta variaciones significativas. Asimismo, las condiciones no reflectantes tuvieron particular importancia, lo que permitió simular un medio infinito y reducir las reflexiones artificiales en los bordes de la malla. Este hallazgo valida uno de los supuestos iniciales, en el cual se planteó que la adecuada selección de las condiciones de frontera es clave para obtener resultados confiables en modelación sísmica.

Asimismo, los hallazgos muestran que los resultados numéricos obtenidos son consistentes con las soluciones analíticas en casos simples, lo que valida la pertinencia del enfoque empleado y abre la posibilidad de extender el análisis a medios heterogéneos y tridimensionales. Esta coherencia entre lo numérico y lo analítico fortalece la confianza en el método y constituye un punto de partida para investigaciones futuras.

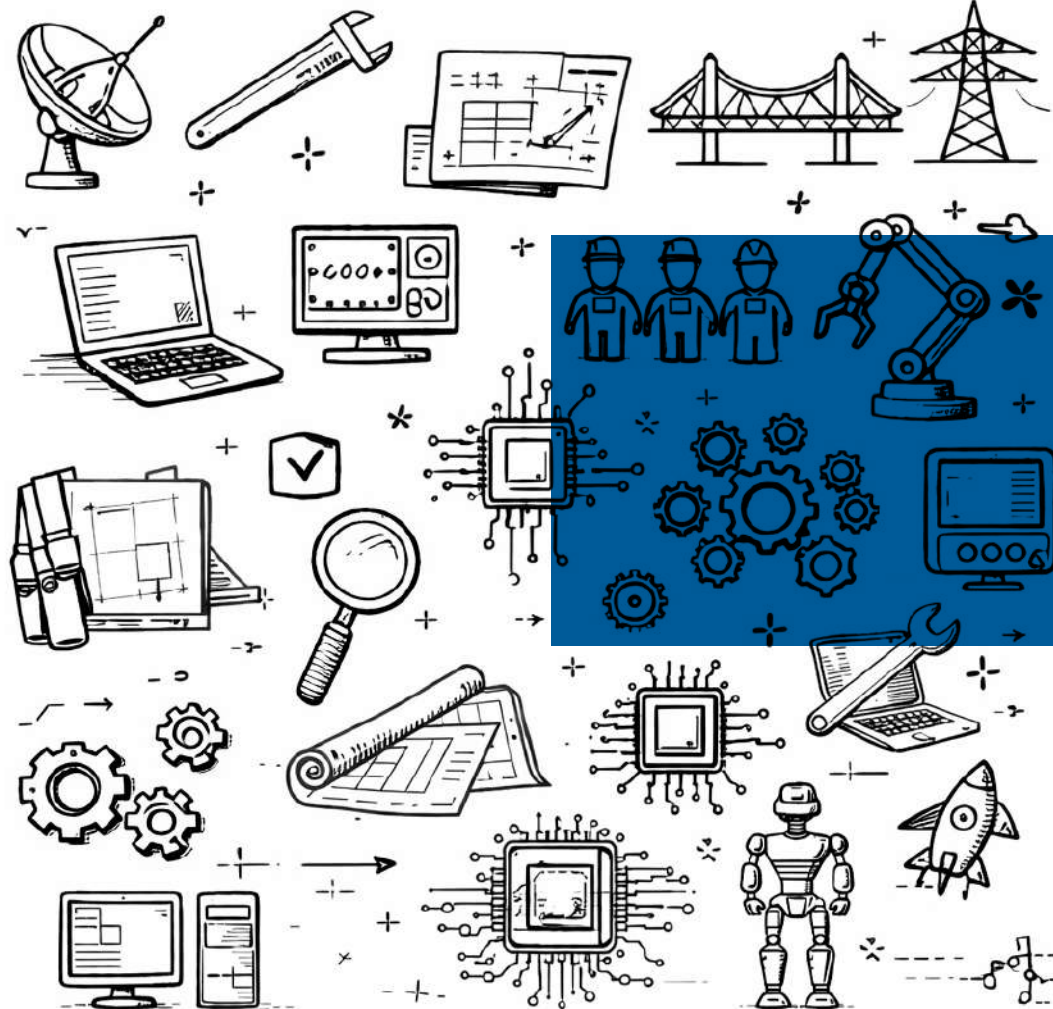
Desde el punto de vista social y tecnológico, la investigación evidencia que los modelos matemáticos no solo aportan a la comprensión de fenómenos físicos, sino que también inciden en áreas estratégicas como la exploración de hidrocarburos, la prevención de riesgos sísmicos, la ingeniería civil y la acústica. El impacto se refleja en la posibilidad de optimizar procesos de exploración, mejorar la interpretación de datos y aportar al diseño de estrategias de mitigación de riesgos en zonas de alta sismicidad.

Como proyección hacia trabajos posteriores, queda abierta la posibilidad de aplicar el método de elementos finitos en dominios no homogéneos en régimen de alta frecuencia, con cambios en las propiedades en profundidad. Finalmente, se concluye que la investigación cumplió su objetivo de analizar y validar el comportamiento de ondas sísmicas en un medio homogéneo mediante la ecuación de Helmholtz y el MEF. Por esto, el presente trabajo constituye una contribución significativa al campo de la matemática aplicada y la geofísica, al demostrar la efectividad de un enfoque que combina rigor teórico con simulación computacional (Kubo et al., 2024).



REFERENCIAS

- Bruno, P. (2023). Seismic exploration methods for structural studies and for active fault characterization. *Applied Sciences*, 13(16), 9473. <https://doi.org/10.3390/app13169473>
- Kubo, H., Naoi, M., & Kano, M. (2024). Recent advances in earthquake seismology using machine learning. *Earth, Planets and Space*, 76, 36. <https://doi.org/10.1186/s40623-024-01982-0>
- Pisarciuc, C., Dan, I., & Cioară, R. (2023). The influence of mesh density on the results obtained by finite element analysis of complex bodies. *Materials*, 16(7), 2555. <https://doi.org/10.3390/ma16072555>
- Protasov, M., Gadylyshin, K., Neklyudov, D., & Klimes, L. (2023). Full waveform inversion based on an asymptotic solution of the Helmholtz equation. *Geosciences*, 13(1), 19. <https://doi.org/10.3390/geosciences13010019>
- Yovel, R., Moiola, A., & Galante, N. (2023). *The Helmholtz equation for wave propagation in elastic media* [Preprint]. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.03242>
- Zhang, Y., Liu, H., Dai, S., & Zhang, H. (2025). Frequency-domain finite element modeling of seismic wave propagation under different boundary conditions. *Mathematics*, 13(4), 578. <https://doi.org/10.3390/math13040578>



3

DESARROLLO DE ALGORITMO PARA LA CLASIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE MOSQUITOS VECTORES DE ENFERMEDADES

DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR THE CLASSIFICATION AND ANALYSIS OF DISEASE-CARRYING MOSQUITOES

⁷ Yilber Javier Quinto Díaz

⁸ Janier Emir González Sanclemente

⁹ Haslen Palacios Bonilla

⁷ Doctor en Ciencias Matemáticas, Universidad Tecnológica del Chocó, yilber.quinto@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-8537-0144>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001484023.

⁸ Magister en Didáctica de las Matemáticas, Universidad Tecnológica del Chocó, d-janier.gonzales@utch.edu.co, <https://orcid.org/0009-0007-3434-9437>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001503847.

⁹ Magister en Física Aplicada, Universidad Tecnológica del Chocó, haslen.palacios@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-3405-7502>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001512297.

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar un algoritmo que clasifique de manera automática la especie y el sexo de mosquitos a partir de la señal acústica generada por el aleteo de sus alas. Para ello, se empleó una base de datos digital con registros de audio asociados a especies y sexos previamente identificados. La metodología utilizada incluyó la aplicación de la transformada de Fourier y la transformada Wavelet para la extracción de características relevantes de las señales, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial. Posteriormente, estas características fueron procesadas mediante técnicas de aprendizaje automático, como redes neuronales artificiales, bosques aleatorios, máquinas de vectores soporte (SVM), entre otros, con el fin de realizar la clasificación supervisada de los individuos.

Los resultados, con un 75% de precisión, evidencian que las frecuencias de aleteo presentan patrones distintivos que permiten diferenciar con alta precisión tanto la especie como el sexo de los mosquitos. Esta aproximación constituye una alternativa innovadora frente a métodos tradicionales de identificación, los cuales suelen ser costosos, demandar personal especializado y prolongados tiempos de análisis. En términos de impacto, la propuesta ofrece un aporte significativo en el ámbito de la salud pública, al facilitar el monitoreo de poblaciones de mosquitos en zonas de riesgo y contribuir a la implementación de estrategias más efectivas de control vectorial. Asimismo, el algoritmo desarrollado tiene potencial de escalabilidad hacia la identificación de otros insectos de interés epidemiológico, promoviendo la transferencia tecnológica y abriendo la posibilidad de generar sistemas portátiles de detección y clasificación en campo. En conclusión, este proyecto aporta un modelo computacional innovador que combina el procesamiento de señales con técnicas de inteligencia artificial, orientado a la vigilancia epidemiológica y a la reducción del impacto de enfermedades transmitidas por vectores.

PALABRAS CLAVE: mosquitos, redes neuronales artificiales, transformada de Fourier, transformada Wavelet.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Quinto, Y., González, J. y Palacios, H. (2026). Desarrollo de algoritmo para la clasificación y análisis de mosquitos vectores de enfermedades. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 55-68). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.3>

ABSTRACT

The objective of this study is to develop an algorithm that automatically classifies the species and sex of mosquitoes based on the acoustic signal generated by the flapping of their wings. To this end, a digital database with audio recordings associated with previously identified species and sexes was used. The methodology used included the application of the Fourier transform and the wavelet transform to extract relevant characteristics from the signals, both in the time and frequency domains. These characteristics were then processed using machine learning techniques, such as artificial neural networks, random forests, support vector machines (SVM), among others, in order to perform supervised classification of the individuals.

The results, with 75% accuracy, show that wingbeat frequencies have distinctive patterns that allow for high-precision differentiation of both the species and sex of mosquitoes. This approach is an innovative alternative to traditional identification methods, which are often costly, require specialized personnel, and involve lengthy analysis times. In terms of impact, the proposal offers a significant contribution to public health by facilitating the monitoring of mosquito populations in risk areas.

and contributing to the implementation of more effective vector control strategies. Furthermore, the algorithm developed has the potential to be scaled up to identify other insects of epidemiological interest, promoting technology transfer and opening up the possibility of generating portable detection and classification systems in the field. In conclusion, this project provides an innovative computational model that combines signal processing with artificial intelligence techniques, aimed at epidemiological surveillance and reducing the impact of vector-borne diseases.

KEYWORDS: mosquitos, artificial neural networks, Fourier transform, Wavelet transform.

How to cite this chapter?

In APA: Quinto, Y., González, J. and Palacios, H. (2026). Desarrollo de algoritmo para la clasificación y análisis de mosquitos vectores de enfermedades. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 55-68). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.3>

INTRODUCCIÓN

Los insectos constituyen el grupo más grande de animales sobre la superficie terrestre, una gran cantidad de estos desempeñan un importante rol para la vida en la tierra. Por su actividad polinizante están relacionados con la producción de muchos cultivos agrícolas como frutas, hortalizas, algodón, etc., estos son los encargados de producir cera, miel, seda entre otros productos de gran valor; además, sirven de alimento a aves, peces y otros animales (Cabezas, 2012). Los mosquitos son los insectos que más enfermedades y muertes causan a los humanos en todo el mundo, estas enfermedades también afectan a otros animales como anfibios, reptiles, aves y pequeños mamíferos. Varios estudios han destacado su gran capacidad de adaptación a nuevos entornos, su rápida reproducción a gran escala, resistencia a determinados insecticidas y alteración de los hábitos alimenticios para sobrevivir a los métodos de control (Qureshi & Saeed, 2019).

Dentro de estas, el dengue es la enfermedad viral transmitida por mosquitos de la especie *Aedes aegypti*, *Aedes albopictus*, entre otros, con la mayor tasa de propagación en todo el mundo, la cual se presenta en ciclos de transmisión endémicos y epidémicos, principalmente en climas tropicales y subtropicales (Bhatt et al., 2013; OMS, 2009). La infección que causa el virus del dengue en humanos puede causar desde cuadros leves de fiebre hasta complicaciones neurológicas como meningitis, encefalitis, retinopatías, y, en ocasiones, la muerte por fuga vascular o el síndrome de shock por dengue (Kapuganti et al., 2023).

La hembra del *Aedes aegypti* es el principal vector del virus del dengue, quienes pican a los humanos ya que necesitan la sangre para madurar sus huevos. Cuando un mosquito sano pica a una persona infectada con dengue, este adquiere el virus que pasa al intestino medio del mosquito donde se replica durante un tiempo aproximado de 3 a 5 días, posteriormente, el virus tarda hasta 14 días en trasladarse hasta la glándula salival. En este punto, es cuando el mosquito se convierte en infeccioso (Guzman et al., 2010; Li et al., 2023). Una vez infectado el mosquito, este permanece con el virus por el resto de su vida, por lo que si este pica a una persona sana, le puede transmitir el virus (Li et al., 2023). Es por esto que la prevención o reducción de la propagación del virus del dengue (y otras enfermedades transmitidas por mosquitos) depende del control que se realice a los mosquitos vectores o de la interrupción del contacto entre humanos y vectores.

Estas acciones para controlar la transmisión deben enfocarse en el *Aedes aegypti* (el principal vector) en aquellos lugares donde se encuentran sus etapas inmaduras y adultas en los hogares y sus alrededores, así como en otros sitios donde se produce el contacto entre humanos y vectores. Entre los principales métodos de control está el manejo ambiental (eliminación de criaderos), el control biológico (introducción de predadores naturales y reemplazo poblacional) y el control químico (uso de insecticidas). Sin embargo, estos métodos pueden ser costosos e ineficientes si no se conoce las especies y la cantidad de mosquitos en un área determinada. Por lo tanto, la presente investigación desarrolla un algoritmo que permite identificar de forma automática la especie el sexo de mosquitos utilizando información de la frecuencia de aleteo de los mosquitos.

OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Objetivo general

- Desarrollar un algoritmo que permita identificar de forma automática la especie y el sexo de diversos mosquitos, utilizando información de la frecuencia de aleteo de los mosquitos.

Objetivos específicos

- Buscar una base de datos con la señal digital del aleteo de los mosquitos que contenga información de la especie y el sexo de cada mosquito.
- Analizar, a través de la transformada de Fourier y la transformada wavelet, las señales del aleteo de los mosquitos y extraer sus características principales.
- Clasificar, mediante técnicas de aprendizaje automático (Machine Learning), los mosquitos por especie y sexo, con base en las características mencionadas en el objetivo específico 2.

MARCO CONCEPTUAL O TEÓRICO

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una técnica ampliamente usada en el análisis y extracción de características de señales de audio. La transformada de Fourier de una función $f \in L^1(R)$ se define por $\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iwt} dt$.

Esta transformada permite conocer las componentes de frecuencia que tiene una señal dada. La función f se recupera mediante $f(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(w) e^{iwt} dw$.

El siguiente teorema demuestra que la transformada de Fourier preserva la norma de la señal, excepto por un factor de 2π . Teorema (Identidad de Parseval). Si $f, g \in L^1(R) \cap L^2(R)$, entonces $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(w)|^2 dw$, equivalentemente, $\|f\|^2 = 1/2\pi \|\hat{f}\|^2$.

Transformada wavelet

La transformada wavelet surge en el análisis de señales para superar las limitaciones en resolución tiempo frecuencia de la transformada de Fourier. Dada una función $\psi \in L^2(R)$, la transformada wavelet de una función $f \in L^2(R)$ se define como $(W_{\psi}f)(a,b) = \langle f, \psi_{(a,b)} \rangle = 1/\sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi((t-b)/a) dt$, donde $a, b \in R$, $a > 0$, el factor de escala a , el factor de traslación b son variables continuas, la función $\psi_{(a,b)}$ es definida por $\psi_{(a,b)} = 1/\sqrt{a} \psi((t-b)/a)$, y la función ψ es conocida como wavelet madre y debe cumplir las siguientes condiciones:

- I. Promedio cero

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0.$$

- II. Condición de admisibilidad

$$C_{\psi} = \int_0^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(s)|^2}{s} ds < \infty.$$

Esto significa que $\psi(t)$ es oscilatoria y tiene área cero (Daubechies, 1992).

Máquina de vectores soporte

Las máquinas de vectores soporte (SVM) son un conjunto de algoritmos de aprendizaje supervisado desarrollado por Vladimir Vapnik. Estos métodos son ampliamente utilizados en la identificación de patrones. Así, dado un conjunto de ejemplos de entrenamiento (muestras) se puede etiquetar las clases y entrenar una SVM para construir un modelo que prediga la clase de una nueva muestra (Alba, 2018). De forma general, se considera el problema de clasificación binaria, con datos de entrenamiento dados por $\{(x_i, d_i) : 1 \leq i \leq N\}$, donde x_i es el patrón de entrada, para el ejemplo i -ésimo, y d_i es la respuesta deseada. Si suponemos que el patrón (clase) representado por el subconjunto $d_i = 1$ y el patrón representado por el subconjunto $d_i = -1$ son linealmente separables, entonces la ecuación de una superficie de decisión en forma de un hiperplano que realiza la separación es dada por $w^T x + b = 0$, donde x es un vector de entrada, w es un vector de peso ajustable, y b es un sesgo. Por lo tanto, podemos escribir $w^T x_i + b \geq 0$ para $d_i = 1$ / $w^T x_i + b < 0$ para $d_i = -1$.

Para un vector de peso dado w y sesgo b , la separación entre el hiperplano y el punto de datos más cercano se denomina margen de separación, indicado por ρ . El objetivo de una máquina de vectores de soporte es encontrar el hiperplano particular para el cual se maximiza el margen de separación, ρ . Bajo esta condición, la superficie de decisión se conoce como el hiperplano óptimo (Haykin, 2009).

MATERIALES Y MÉTODOS

Base de datos

La base datos utilizada en esta investigación cuenta con información de la especie, sexo y señal de aleteo de cuatro especies de mosquitos y dos especies de moscas. Las señales de aleteo se captaron con un sensor láser de baja potencia que apunta hacia una placa de fototransistores, luego se almacenaron en formato de audio.

Tabla 4. Clases de las señales de aleteo

Clase	Abreviatura	Muestras
Aedes aegypti (female)	Ae. aegypti.f	5.000
Aedes aegypti (male)	Ae. aegypti.m	5.000
Culex quinquefasciatus (female)	Cx. quinq.f	5.000
Culex quinquefasciatus (male)	Cx. quinq.m	5.000
Culex stigmatosoma (female)	Cx. stigma.f	5.000
Culex stigmatosoma (male)	Cx. stigma.m	5.000
Culex tarsalis (female)	Cx. tarsalis.f	5.000
Culex tarsalis (male)	Cx. tarsalis.m	5.000
Drosophila simulans	D. simulans	5.000
Musca domestica	M. doméstica	5.000
Total		50.000

Nota. Elaboración propia.

Técnicas de extracción de características

Las técnicas de extracción de características que se usaron en esta investigación se basan en la teoría de la transformada de Fourier y la transformada wavelet; estos métodos han sido ampliamente aplicados en tareas de reconocimiento de señales de audio y voz.

Características en el dominio de frecuencias. La extracción de características en el dominio de frecuencias de una señal se basa en el análisis de la frecuencia fundamental y de las componentes de frecuencia llamadas armónicos. Sea f la señal de aleteo de los insectos, $\hat{f}$ la transformada de Fourier de f , w_0 la frecuencia fundamental y w_k la frecuencia del k -ésimo armónico. A continuación, describimos algunas de las características extraídas del espectro de la señal.

Inarmonicidad. Suma de errores relativos en la estimación de las frecuencias de cada uno de los armónicos de una señal

$$Inharm = \sum_{k=1}^{P-1} \frac{|w_k - kw_0|}{kw_0}$$

Irregularidad espectral. Representa la irregularidad en la forma del espectro de una señal

$$SI = \sum_{k=1}^{P-1} \left| \tilde{f}(k) - \frac{\tilde{f}(k-1) + \tilde{f}(k) + \tilde{f}(k+1)}{3} \right|,$$

donde

$$\tilde{f}(k) = 20 \log \log (|\tilde{f}(w_k)|).$$

Triestímulo. El método es capaz de distinguir entre notas de diferentes instrumentos musicales utilizando características relacionadas con la magnitud de los armónicos

$$ts1 = \frac{\hat{f}(w_0)}{\sum_{k=0}^{P-1} |\hat{f}(w_k)|},$$

$$ts2 = \frac{\hat{f}(w_1) + \hat{f}(w_2) + \hat{f}(w_3)}{\sum_{k=0}^{P-1} |\hat{f}(w_k)|},$$

$$ts3 = \frac{\sum_{k=4}^{P-1} |\hat{f}(w_k)|}{\sum_{k=0}^{P-1} |\hat{f}(w_k)|}.$$

Punto espectral roll-off. Se define como la mínima frecuencia en la que se encuentra el 95% de la energía total del espectro de potencia $rolloff = r$, siempre que

$$\sum_{k=0}^r |\hat{f}(k)|^2 = 0.95 \sum_{k=1}^{N-1} |\hat{f}(k)|^2.$$

Otras características del dominio de la frecuencia que se utilizaron se mencionan en la Tabla 5. Además de un conjunto de características clásicas del dominio del tiempo.

Tabla 5. Características en el dominio del tiempo y de la frecuencia

Dominio	Característica
Tiempo	<i>Root mean square; short-time energy; zero-crossing rate; excursión de pico; complejidad estimada; centroide temporal; media; desviación estándar; varianza; asimetría (skewness) y kurtosis.</i>
Frecuencia	Frecuencia fundamental; inarmonicidad; triestímulo; irregularidad espectral; flujo espectral; <i>roll-off flatness</i> ; centroide espectral; media; desviación estándar; varianza; asimetría (<i>skewness</i>) y kurtosis.

Nota. Elaboración propia.

Características en representación de wavelets ortogonales. Sea $f \in L^2(R)$ una función suave, y sea ψ una wavelet de valor real, ya que ψ tiene promedio cero, la integral

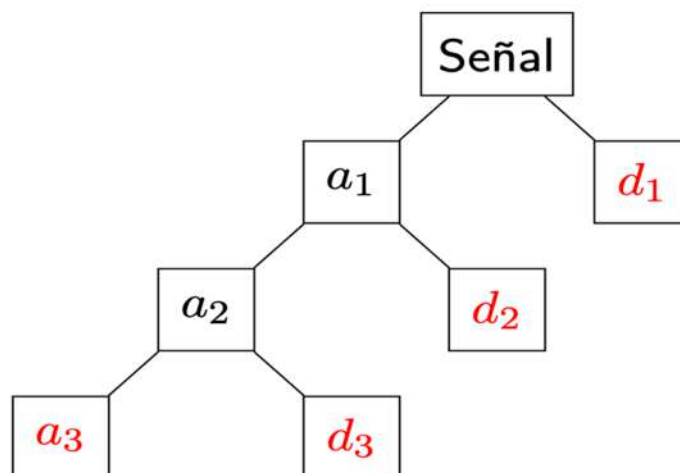
$$d_j(n) = \langle f, \psi_{j,n} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-2^j n}{2^j}\right) dt,$$

mide la variación de f en una vecindad de $2^j n$ proporcional a la escala 2^j . Cuando la escala tiende a cero, el decaimiento de los coeficientes wavelet d_j caracteriza la regularidad de f en la vecindad de $2^j n$ (Daubechies, 1990).

Esto se utiliza a menudo para detectar cambios bruscos en las señales (Zhang & Yan, 2001), eliminación de ruido (Baldazzi et al., 2020), y en tareas de reconocimiento del habla (Koduru et al., 2020). El método de extracción de características utilizado en esta investigación se basa en el método propuesto por (Mini et al., 2021) para el reconocimiento de señales de voz, que consiste en descomponer la señal original en coeficientes de aproximación a_j y detalle d_j mediante el algoritmo de la DWT y dos versiones de este denominados WPD y DWPD.

El algoritmo de descomposición DWT descompone la señal en diferentes niveles llamados niveles de descomposición. En el primer nivel, se obtienen los coeficientes de aproximación y detalle calculando la convolución de la señal f y dos filtros paso-bajos $\tilde{h}$ y paso-altos $\tilde{g}$, respectivamente. El proceso se repite de manera sucesiva tomando la convolución de los coeficientes de aproximación a_j y los filtros hasta llegar al nivel de descomposición deseado. Con este algoritmo, se construyó un vector de características concatenando la sucesión de coeficientes de detalle d_j de los primeros seis niveles de descomposición y el coeficientes de aproximación a_6 . En las Figuras 6 y 4 se muestra un ejemplo para el caso de tres niveles de descomposición.

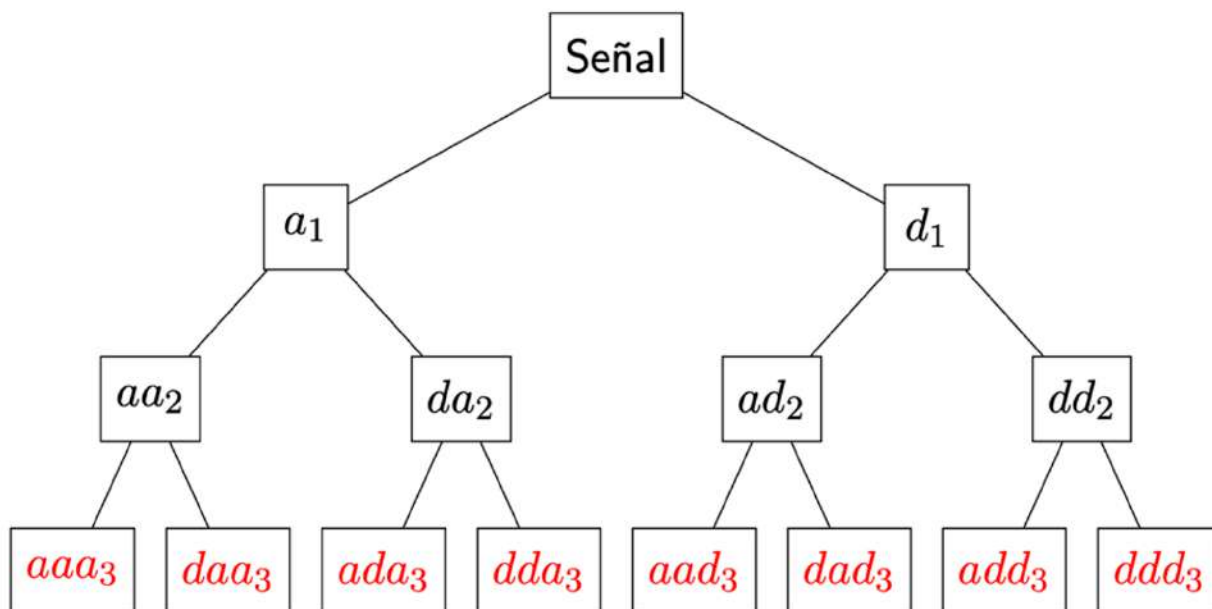
Figura 19. Ejemplo de método DWT para el caso de 3 niveles de descomposición



Nota. Tomado de Mini et al., 2021.

La WPD (*Wavelet Packets Decomposition*) es una generalización del algoritmo DWT, que no solo descompone los coeficientes de aproximación, sino que en cada nivel de descomposición aplica el algoritmo DWT a los coeficientes de detalle (Coifman & Wickerhauser, 1992), lo cual ofrece un análisis más robusto del contenido de frecuencia de la señal. El vector de características se obtuvo concatenando todas las sucesiones finales de coeficientes de aproximación y detalle en el sexto nivel de descomposición (ver Figura 20).

Figura 20. Ejemplo del método WPD para el caso de 3 niveles de descomposición

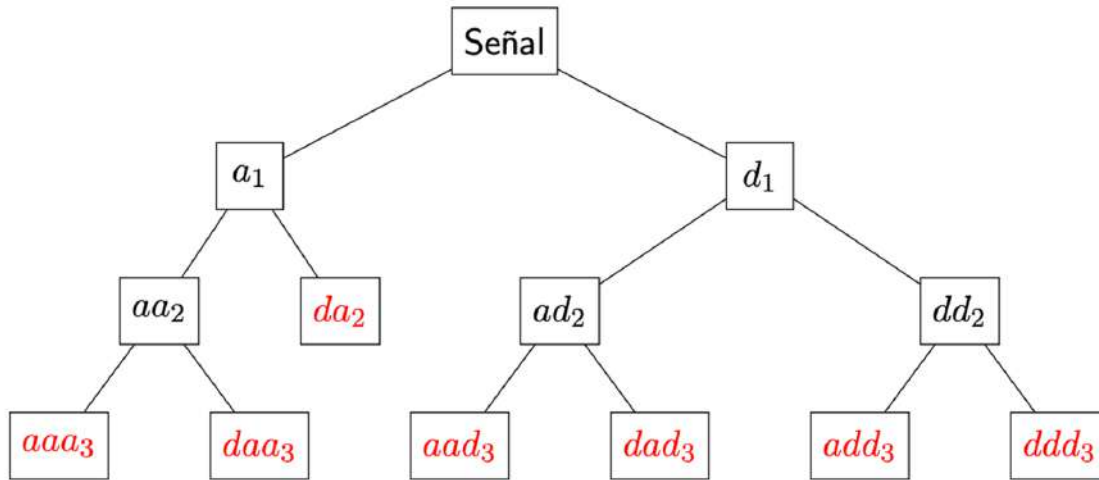


Nota. Tomado de Mini et al., 2021.

El método DWPD es un algoritmo mixto que descompone los coeficientes a_1 mediante el método DWT, mientras que los coeficientes d_1 se descomponen a través del método WPD. El vector de características resultante es una concatenación de

los coeficientes detalle de cada nivel de descomposición y el vector de coeficientes de aproximación final de la rama de descomposición DWT de a_1 , junto con los coeficientes finales de la rama de descomposición WPD de d_1 (ver Figura 21).

Figura 21. Ejemplo del método DWPD para el caso de 3 niveles de descomposición



Nota. Tomado de Mini et al., 2021.

Modelos de clasificación

Existe una gran variedad de modelos de aprendizaje automático que se utilizan en la clasificación de patrones, la mayoría de estos modelos cuentan con hiper parámetros que deben ser ajustados para garantizar la óptima generalización del modelo. Los modelos que se usaron en esta investigación se describen en la Tabla 6, los cuales se eligieron debido a que son los que mejor rendimiento promedio tuvieron, sin ningún ajuste de hiper parámetros, entre los 30 modelos entrenados con el módulo de Python Lazy Predict.

La fase de entrenamiento y selección de hiper parámetros se realizó mediante validación cruzada k-Fold, con $K=5$, y una división de datos de 80% para entrenamiento y 20% para prueba. Los modelos MLP y SVM suelen funcionar mejor con datos estandarizados, lo cual requiere estandarizar cada característica restando el promedio a cada entrada del vector de característica y escalando a la varianza unitaria.

Tabla 6. Modelos de aprendizaje automático y su rango de hiper parámetros

Modelo	Hiper parámetros
MLP	Capas ocultas: 2 Número de neuronas: 64 32,128 64 y 256 128
LGBMClassifier	Número de árboles $N = 10, 20, \dots, 400$
XGBClassifier	Número de árboles $N = 10, 20, \dots, 400$

SVM RBF	$C = 10^i; i = -6, -5, \dots, 5$ $\gamma = 10^k; k = -4, -3, \dots, 0$
Random Forest	Número de árboles $N = 5, 10, \dots, 80$

Nota. Elaboración propia.

HALLAZGOS O RESULTADOS

La extracción de características se realizó en MATLAB R2022a, ejecutado en un MacBook Pro, 13-inch, Mid 2012, el análisis exploratorio se hizo en JupyterLab 4.0.11 y el entrenamiento de los modelos de clasificación en Google Colab Pro. Los resultados de precisión de los modelos de clasificación para cada conjunto de características se muestran en la Tabla 7. En general, el MLP obtuvo un rendimiento superior a los otros modelos en cada conjunto de características; el mejor resultado (71,68%) se obtuvo sobre las características MFCC. Los conjuntos de características que se extraen de la señal de aleteo aplicando la transformada wavelet (DWT, WPD y DWPD) no superaron el 47,53% de precisión. Las mayores tasas de confusión en la clasificación se presentan entre las especies de moscas y las especies de mosquitos, la tasa de confusión por sexo entre individuos de la misma especie de mosquitos es relativamente baja a excepción del *Culex tarsalis* (ver Figura 22).

Tabla 7. Resultados de precisión por conjunto de característica, modelo e hiper parámetro

Característica	Modelo	Hiper parámetros	Precisión (%)
Temporal	MLP	128/64	42,17
	LGBMClassifier	N = 90	36,26
	XGBClassifier	N = 150	34,67
	SVM RBF	$C = 10^5, \gamma = 10^{-3}$	36,81
	Random Forest	N = 15	29,58
Espectral	MLP	256/128	65,85
	LGBMClassifier	N = 90	64,58
	XGBClassifier	N = 150	62,96
	SVM RBF	$C = 10, \gamma = 10^{-2}$	62,96
	Random Forest	N = 30	57,45
DWT	MLP	256/128	47,53
	LGBMClassifier	N = 50	33,05
	XGBClassifier	N = 90	36,52
	SVM RBF	$C = 10^2, \gamma = 10^{-2}$	43,59
	Random Forest	N = 30	33,22
WPD	MLP	128/64	37,18
	LGBMClassifier	N = 70	33,82
	XGBClassifier	N = 170	33,55
	SVM RBF	$C = 10^3, \gamma = 10^{-2}$	36,13
	Random Forest	N = 20	29,97

DWPD	MLP	128/64	47,02
	LGBMClassifier	N = 50	38,99
	XGBClassifier	N = 110	37,70
	SVM RBF	$C = 10^2, \gamma = 10^{-2}$	43,42
	Random Forest	N = 30	32,70
MFCC	MLP	256/128	71,68
	LGBMClassifier	N = 50	66,44
	XGBClassifier	N = 90	64,53
	SVM RBF	$C = 1, \gamma = 10^{-3}$	67,85
	Random Forest	N = 30	58,81

Nota. Elaboración propia.

Figura 22. Matriz de confusión (en porcentaje) obtenida del modelo MLP y el conjunto de características MFCC

Clase Verdadera	Ae. aegypti.f	63.40	0.30	20.10	0.30	9.50	2.80	0.40	0.70	2.00	0.50
	Ae. aegypti.m	0.00	87.50	0.10	8.10	0.10	0.10	0.40	1.70	1.30	0.70
	D. simulans	16.80	0.60	67.50	0.10	12.00	0.10	0.50	0.10	1.60	0.70
	M. domestica	0.00	7.00	0.30	60.30	0.70	3.80	0.20	23.30	2.90	1.50
	Cx. quinq.f	6.60	0.50	12.30	0.80	64.40	0.20	6.80	0.70	4.00	3.70
	Cx. quinq.m	1.40	0.70	0.10	2.40	0.20	83.20	0.10	9.00	1.40	1.50
	Cx. stigma.f	0.90	0.50	0.80	0.60	8.90	0.60	78.70	0.60	4.50	3.90
	Cx. stigma.m	0.30	4.20	0.10	21.52	0.50	11.11	0.50	57.86	2.00	1.90
	Cx. tarsalis.f	1.20	0.30	0.90	1.10	3.10	0.70	2.70	0.90	76.30	12.80
	Cx. tarsalis.m	0.20	0.50	0.10	0.80	3.30	0.20	3.30	1.00	13.00	77.60
		Ae. aegypti.f	Ae. aegypti.m	D. simulans	M. domestica	Cx. quinq.f	Cx. quinq.m	Cx. stigma.f	Cx. stigma.m	Cx. tarsalis.f	Cx. tarsalis.m
		Predicción									

Nota. Elaboración propia.

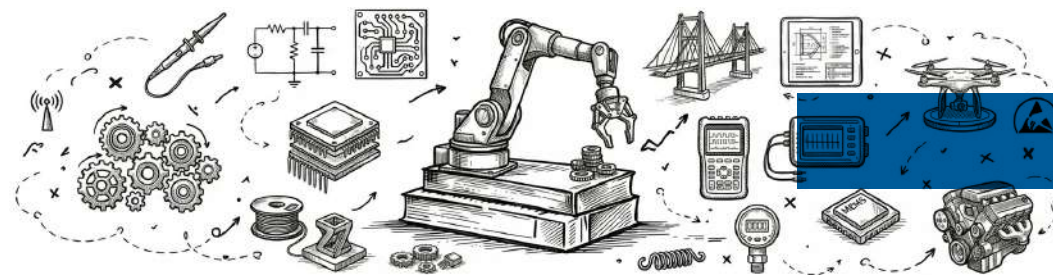
CONCLUSIONES

En la presente investigación se diseñaron diversos algoritmos para la clasificación automática de mosquitos, según la especie y el sexo, con base en el análisis de características extraídas del aleteo de los mosquitos. Con base en estos datos se estudiaron técnicas clásicas de extracción de características basadas en la transformada de Fourier y se compararon

con técnicas más recientes basadas en la Transformada wavelet. Se utilizó un enfoque de representación de características como vectores de R^n , unidas a diferentes técnicas de clasificación automática.

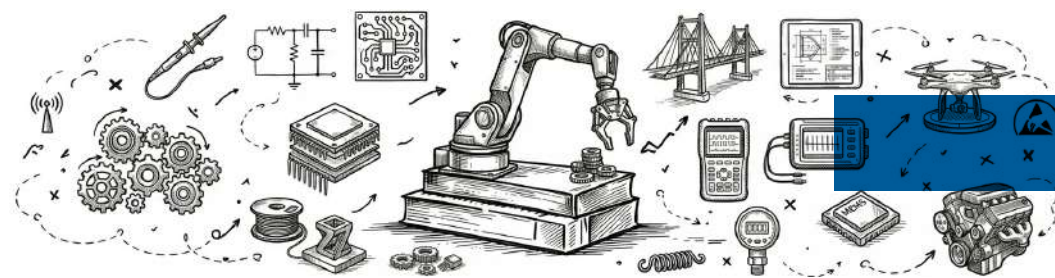
Se extrajeron seis conjuntos de características en R^n : uno en el dominio del tiempo, un conjunto en el dominio de la frecuencia, tres conjuntos utilizando la transformada Wavelet y un conjunto en representación cepstrum. Se utilizaron cinco modelos de clasificación para las características en R^n . El mejor resultado en la clasificación (71,68% de precisión) se obtuvo con MFCC y MLP.

Los resultados obtenidos en esta investigación destacan la importancia de utilizar técnicas tradicionales de extracción de características como la transformada de Fourier para mejorar la precisión en la identificación de la especie y sexo de mosquitos. En trabajos futuros, se podría entrenar modelos de redes neuronales convolucionales y características en imágenes, como el espectrograma y el escalograma para la clasificación de mosquitos, haciendo uso de información adicional de los mosquitos como la actividad de ritmos circadianos, para diseñar y desarrollar un dispositivo de bajo costo que implemente el algoritmo propuesto para la clasificación automática de mosquitos.



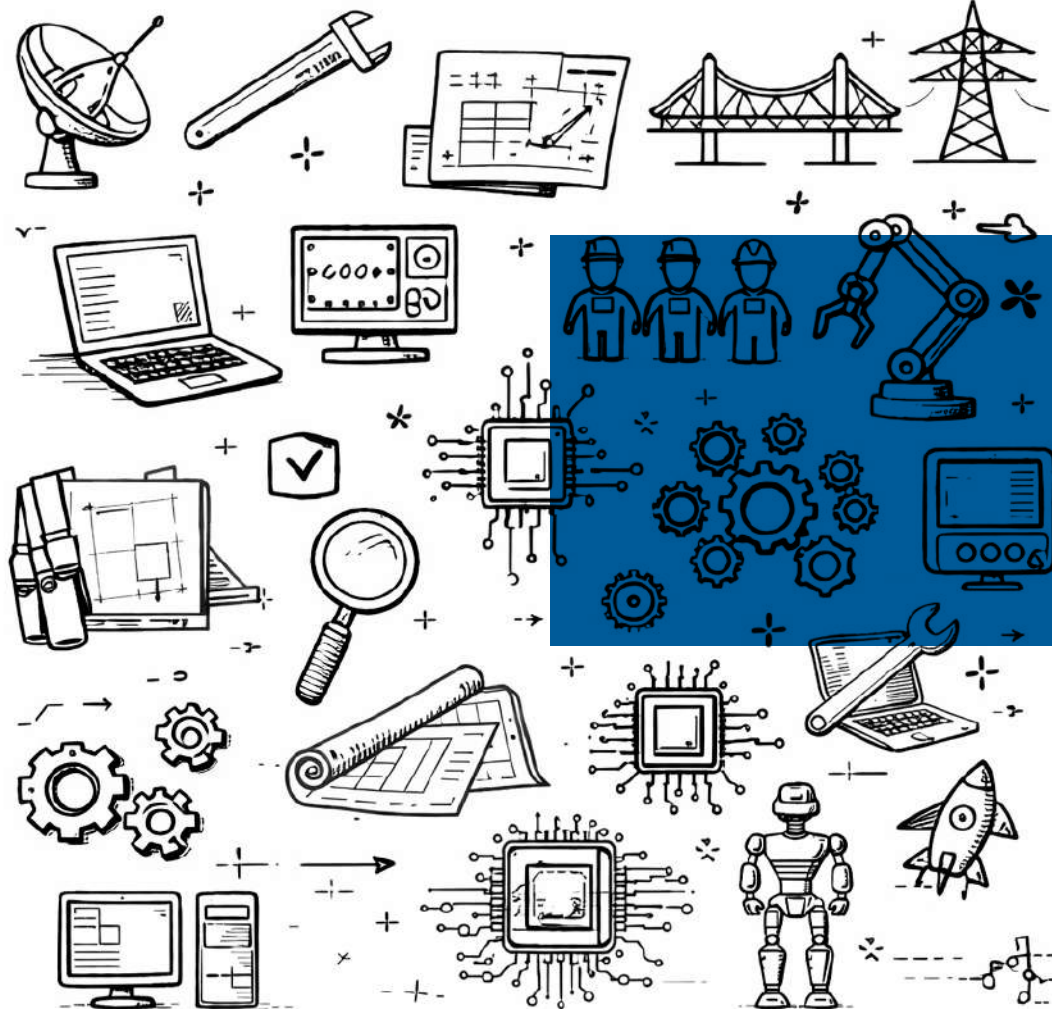
REFERENCIAS

- Alba Castro, J. L. (2018). *Máquinas de vectores de soporte (SVM)*. <http://www.gts.tsc.uvigo.es/~jalba/doctorado/SVM.pdf>
- Baldazzi, G., Solinas, G., Del Valle, J., Barbaro, M., Micera, S., Raffo, L., & Pani, D. (2020). Systematic analysis of wavelet denoising methods for neural signal processing. *Journal of Neural Engineering*, 17(6). <https://doi.org/10.1088/1741-2552/abc741>
- Bhatt, S., Gething, P. W., Brady, O. J., Messina, J. P., Farlow, A. W., Moyes, C. L., Drake, J. M., Brownstein, J. S., Hoen, A. G., Sankoh, O., Myers, M. F., George, D. B., Jaenisch, T., William Wint, G. R., Simmons, C. P., Scott, T. W., Farrar, J. J., & Hay, S. I. (2013). The global distribution and burden of dengue. *Nature*, 496(7446), 504–507. <https://doi.org/10.1038/nature12060>
- Cabezas, F. (2012). *Introducción a la entomología* (1.ª ed.). Trillas.
- Coifman, R. R., & Wickerhauser, M. V. (1992). Entropy-based algorithms for best basis selection. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2), 713–718. <https://doi.org/10.1109/18.119732>
- Daubechies, I. (1990). The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(5), 961–1005. <https://doi.org/10.1109/18.57199>
- Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*. SIAM.
- Guzman, M. G., Halstead, S. B., Artsob, H., Buchy, P., Farrar, J., Gubler, D. J., Hunsperger, E., Kroeger, A., Margolis, H. S., Martínez, E., Nathan, M. B., Pelegriño, J. L., Simmons, C., Yoksan, S., & Peeling, R. W. (2010). Dengue: A continuing global threat. *Nature Reviews Microbiology*, 8(12 Suppl.), S7–S16. <https://doi.org/10.1038/nrmicro2460>
- Haykin, S. (2009). *Neural networks and learning machines* (3rd ed.). Pearson Education.
- Kapuganti, S. K., Saumya, K. U., Verma, D., & Giri, R. (2023). Investigating the aggregation perspective of Dengue virus proteome. *Virology*, 586, 109–118. <https://doi.org/10.1016/j.virol.2023.07.010>
- Koduru, A., Valiveti, H. B., & Budati, A. K. (2020). Feature extraction algorithms to improve the speech emotion recognition rate. *International Journal of Speech Technology*, 23(1), 45–55. <https://doi.org/10.1007/s10772-020-09672-4>



REFERENCIAS

- Li, H. H., Su, M. P., Wu, S. C., Tsou, H. H., Chang, M. C., Cheng, Y. C., Tsai, K. N., Wang, H. W., Chen, G. H., Tang, C. K., Chung, P. J., Tsai, W. T., Huang, L. R., Yueh, Y. A., Chen, H. W., Pan, C. Y., Akbari, O. S., Chang, H. H., Yu, G. Y., ... Chen, C. H. (2023). Mechanical transmission of dengue virus by *Aedes aegypti* may influence disease transmission dynamics during outbreaks. *EBioMedicine*, 94, 104723. <https://doi.org/10.1016/j.ebiom.2023.104723>
- Mini, P. P., Thomas, T., & Gopikakumari, R. (2021). Wavelet feature selection of audio and imagined/vocalized EEG signals for ANN based multimodal ASR system. *Biomedical Signal Processing and Control*, 63, 102218. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.102218>
- Organización Mundial de la Salud, & TDR para la Investigación sobre Enfermedades Tropicales. (2009). *Dengue: Guías para el diagnóstico, tratamiento, prevención y control*. World Health Organization. https://www.who.int/denguecontrol/resources/dengue_guidelines_2009/es/
- Qureshi, A. I., & Saeed, O. (2019). *Dengue virus disease: From origin to outbreak*. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2018-0-01619-9>



4

EL LENGUAJE DE LAS OLAS: PARTICIONAMIENTO ESPECTRAL DE SISTEMAS DE OLEAJE DURANTE EL VERANO BOREAL EN OCÉANO PACÍFICO COLOMBIANO

THE LANGUAGE OF WAVES: SPECTRAL PARTITIONING OF WAVE SYSTEMS DURING THE BOREAL SUMMER IN THE COLOMBIAN PACIFIC OCEAN

¹⁰ Darwin Aramburo Palacios

¹¹ Denis Alberto Castro Rodríguez

¹² Sandra Patricia Rivas Bonilla

¹⁰ Magister en Matemáticas Aplicada, Grupo de investigación en Gestión de la Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (GESTEM+B); Grupo de Investigaciones pedagógicas en el área de las Matemáticas (INPEMA), Universidad Tecnológica del Chocó, d-darwin.aramburo@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-9117-4676>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001456090.

¹¹ Doctor en Ingeniería, Grupo de investigación en Gestión de la Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (GESTEM+B); Grupo de Investigaciones pedagógicas en el área de las Matemáticas (INPEMA), Universidad Tecnológica del Chocó, dcastro@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-6745-8310>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001377349.

¹² Doctora en gestión, Grupo de investigación en Gestión de la Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (GESTEM+B); Grupo de Investigaciones pedagógica en el área de las Matemáticas, (INPEMA), Universidad Tecnológica del Chocó, d-sandra.rivas@utch.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-7382-6554>, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001376075.

RESUMEN

El presente trabajo aborda la caracterización de sistemas de oleaje mediante en el punto de referencia 4.74°N, 80.9°W, ubicado en el Pacífico colombiano, durante el verano boreal (junio–julio–agosto). El análisis responde a la necesidad de comprender la dinámica multimodal de esta región, donde confluyen oleajes *swell* y oleajes de viento locales que condicionan la altura significativa (H_s), con implicaciones directas para la seguridad costera, la navegación, la pesca y la planificación portuaria. El objetivo fue comprender los patrones de oleaje identificando y describiendo los sistemas dominantes en la zona de estudio. Para tal fin, se aplicó una técnica de particionamiento espectral direccional sobre espectros 2D, lo que permitió determinar magnitud, frecuencia pico y dirección de propagación de cada sistema, así como su evolución intermensual.

Se identificaron cuatro sistemas principales: (i) un *swell* de largo periodo (≈ 0.07 Hz, ~ 14 s) proveniente del suroeste, que se consolida como el componente dominante; (ii) un mar de viento local (≈ 0.145 Hz, ~ 7 s) generado en la cuenca colombiana bajo la influencia del Chorro de Chocó; (iii) un mar de viento regional o *swell* joven del Pacífico oriental (≈ 0.145 Hz, ~ 7 s), de menor persistencia; (iv) una componente de periodo intermedio (≈ 0.11 Hz, ~ 9 s) procedente del sur-oriente, que se manifiesta de manera esporádica. Durante junio, el *swell* del suroeste y el mar de viento local se mantienen activos; en julio, el *swell* domina con H_s que superó los 2m en la segunda semana; y en agosto, el mar de viento local se refuerza, coherente con la intensificación estacional del Chorro de Chocó, mientras los sistemas secundarios reaparecen de forma limitada.

Estos resultados demuestran que el particionamiento espectral es una herramienta eficaz para descomponer la señal multimodal del oleaje, ofreciendo mayor sensibilidad que los parámetros escalares integrados del oleaje, permitiendo ubicar los momentos de mayor energía por sistemas de oleaje. Además, la metodología es transferible a otras latitudes del Pacífico y de distintas cuencas oceánicas, aportando conocimiento útil para la gestión costera, la planificación portuaria y la reducción del riesgo marino. En conclusión, el estudio revela que el *swell* del suroeste actúa como modo dominante y persistente, sobre el cual se modula la variabilidad del mar de viento local y regional, configurando un régimen multimodal que define la dinámica espectral en el Pacífico colombiano durante JJA.

PALABRAS CLAVE: oleaje, particionamiento espectral, altura significativa, mar de viento, Pacífico colombiano.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Aramburo, D., Castro, D. y Sandra, R. (2026). El lenguaje de las olas: Particionamiento espectral de sistemas de oleaje durante el verano boreal en Océano Pacífico colombiano. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 69-85). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.4>

ABSTRACT

This study addresses the characterization of wave systems at the reference point 4.74°N, 80.9°W, located in the Colombian Pacific, during the boreal summer (June–July–August). The analysis addresses the need to comprehend the multimodal dynamics of this region, where long-period swells and locally generated wind seas converge, influencing the significant wave height (H_s) and having direct implications for coastal safety, navigation, fishing activities, and port planning. The objective was to understand wave patterns by identifying and describing the dominant systems in the study area. To this end, a directional spectral partitioning technique was applied to 2D wave spectra, enabling the determination of the magnitude, peak frequency, and propagation direction of each system, as well as their intramonthly evolution.

Four main systems were identified: (i) a long-period swell (≈ 0.07 Hz, ~ 14 s) originating from the southwest, consolidated as the dominant component; (ii) a local wind sea (≈ 0.145 Hz, ~ 7 s) generated in the Colombian basin under the influence of the Chocó Jet; (iii) a regional wind sea or young swell from the Eastern Pacific (≈ 0.145 Hz, ~ 7 s), with lower persistence; and (iv) an intermediate-period component (≈ 0.11 Hz, ~ 9 s) coming from the southeast, occurring sporadically. During June, the southwestern swell and the local wind sea remain active; in July, the swell dominates, with H_s exceeding 2 m during the second week; and in August, the local wind sea intensifies—consistent with the seasonal strengthening of the Chocó Jet—while the secondary systems reappear only marginally.

These results demonstrate that spectral partitioning is an effective tool to decompose the multimodal wave signal, offering greater sensitivity than integrated scalar wave parameters and enabling the identification of periods of maximum energy by the wave system. Moreover, the methodology is transferable to other latitudes of the Pacific and to different ocean basins, providing useful knowledge for coastal management, port planning, and marine risk reduction. In conclusion, the study reveals that the southwestern swell acts as the dominant and persistent mode, upon which the variability of the local and regional wind seas is modulated, shaping a multimodal regime that defines the spectral dynamics in the Colombian Pacific during JJA.

KEYWORDS: wave, spectral partitioning, significant wave height, swell, wind sea, Colombian Pacific.

How to cite this chapter?

In APA: Aramburo, D., Castro, D. and Sandra, R. (2026). El lenguaje de las olas: Particionamiento espectral de sistemas de oleaje durante el verano boreal en Océano Pacífico colombiano. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 69-85). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.4>

INTRODUCCIÓN

El Océano Pacífico constituye uno de los escenarios más dinámicos e impredecibles de la Tierra. Las olas que llegan a las costas no son simples, representan la superposición de múltiples trenes de oleaje generados por vientos locales (*wind sea*) y por tormentas lejanas (*swell*), que se propagan a lo largo de miles de kilómetros (Ardhuin et al., 2010; Hanson & Phillips, 2001; Kistner & Caichac, 2024; Portilla-Yandún et al., 2009; Qu et al., 2024; Semedo et al., 2011; Yu, 2025). Para describir rigurosamente esta complejidad se utilizan los espectros bidimensionales de oleaje, los cuales distribuyen la energía en función de la frecuencia y la dirección. No obstante, los espectros rara vez son unimodales, lo que dificulta su interpretación directa. Por ello, en las últimas dos décadas se han desarrollado técnicas de particionamiento espectral, con el fin de descomponer los espectros en sistemas coherentes de oleaje que permiten identificar, rastrear y caracterizar las diferentes contribuciones energéticas (Mazzaretto et al., 2024; Portilla-Yandún & Cavaleri, 2019; Wyatt et al., 2022; Zheng et al., 2024).

Los trabajos pioneros de Hanson y Phillips (2001) y de Portilla et al. (2009, 2015) marcaron un antes y un después en este campo, pues establecieron metodologías que hoy son referencia obligada para diferenciar entre componentes de viento y *swell*. Más recientemente, la investigación se ha diversificado hacia la aplicación de técnicas de inteligencia artificial y de aprendizaje profundo, como el método automático PI-ViT-GAN aplicado a espectros satelitales (Lv et al., 2024) o los modelos híbridos de seguimiento multimodal (Zheng et al., 2024). Estos avances muestran cómo el particionamiento espectral no solo es una herramienta de análisis, sino también un puente hacia aplicaciones operacionales en oceanografía y climatología.

La importancia de entender los sistemas de oleaje trasciende el ámbito académico. Estudios como los de Mazzaretto et al. (2024), que realizaron un análisis costero global de sistemas espectrales, o los de Wyatt et al. (2024), quienes demostraron la capacidad de los radares HF para separar *swell* y *wind sea*, ponen en evidencia que estas metodologías tienen un impacto directo en la gestión costera. En el mismo sentido, el trabajo de Liu et al. (2025) sobre el uso de espectros SAR para comparar particiones con el modelo WW3 confirma que el monitoreo espectral de alta resolución es esencial para validar y mejorar los sistemas de predicción numérica.

El problema central que orienta este capítulo radica en la escasa articulación entre el análisis espectral y los sistemas de prevención de desastres naturales. A pesar de que existen tecnologías específicas para la detección temprana de tsunamis como boyas de presión de fondo (Angeli et al., 2025) o radares costeros (Dzvonkovskaya et al., 2018), aún son limitados los estudios que vinculan directamente la lectura fina de espectros de oleaje con episodios de alerta. En este sentido, investigaciones recientes como la de Constantinou et al. (2023), quien aplica *deep learning* para detectar ondas internas asociadas a tsunamis, son ejemplo valioso de cómo la ciencia espectral se puede conectar con fenómenos extremos.

Desde una perspectiva científica, analizar espectros de oleaje particionados durante un periodo crítico (junio–agosto de 2025), permite comprender mejor cómo se manifiestan dinámicas oceánicas anómalas en la región del Pacífico Oriental; desde un plano social, este análisis constituye una oportunidad para fortalecer la cultura de prevención en comunidades costeras del Pacífico colombiano, donde la vulnerabilidad frente a tsunamis es alta y los mecanismos de monitoreo presentan un nivel de desarrollo limitado. En este sentido, los objetivos de esta investigación son analizar espectros de oleaje obtenidos en la cuenca del Pacífico Oriental entre junio y agosto de 2025; aplicar técnicas de particionamiento espectral para identificar y caracterizar sistemas dominantes de *swell* y *wind sea*; y, finalmente, discutir la relevancia de estos resultados en el marco de los sistemas de alerta temprana y la transferencia de conocimiento hacia la sociedad.

En cuanto a la transferencia tecnológica y educativa, el uso del particionamiento espectral se puede integrar en sistemas numéricos como WW3 o SWAN, ampliando las capacidades de predicción de oleaje en tiempo real. Además, el ejercicio

pedagógico de enseñar a “leer” un espectro de oleaje constituye una herramienta valiosa para estudiantes universitarios y comunidades costeras, pues traduce conceptos físicos complejos en una narrativa accesible sobre cómo el mar comunica riesgos y oportunidades. Los avances recientes en particionamiento muestran que la frontera entre investigación y aplicación práctica se acorta rápidamente. Incorporar estas herramientas en protocolos de prevención en el Pacífico colombiano no solo contribuiría a salvar vidas en escenarios extremos, sino que también reforzaría la confianza de la sociedad en la ciencia.

Las conclusiones preliminares que emergen de este marco introductorio son claras: en primer lugar, el particionamiento espectral es indispensable para comprender la coexistencia de sistemas de oleaje y su dinámica temporal. Adicionalmente, la integración de estos análisis con protocolos de alerta temprana aún es incipiente, pero constituye un área de gran potencial. Finalmente, el estudio del periodo junio–agosto 2025, que abarca un episodio real en el que se presentó una alerta de tsunami, ofrece un caso único para sensibilizar a la comunidad sobre la necesidad de unir ciencia y prevención en el Océano Pacífico.

OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Objetivo general

- Analizar los espectros de oleaje registrados en la cuenca del Océano Pacífico Oriental entre junio y agosto de 2025, aplicando técnicas de particionamiento espectral para identificar sistemas dominantes de oleaje.

Objetivos específicos

- Aplicar técnicas de particionamiento espectral con el fin de descomponer los espectros en sistemas coherentes de *wind sea* y *swell*.
- Describir la evolución temporal y espacial de los sistemas de oleaje comparando su variabilidad entre los meses del verano boreal.
- Analizar los parámetros escalares de los sistemas de oleaje encontrados en la zona de estudio, tales como altura significativa (H_s), periodo pico (T_p), periodo medio (T_m) y dirección media (D_p), con el fin de caracterizar su dinámica.

Hipótesis

En coherencia con los objetivos anteriormente propuestos, se plantea como hipótesis que el particionamiento espectral identifica de manera robusta sistemas coexistentes aún bajo alta variabilidad atmosférica-oceánica; que entre junio y agosto emergen diferencias significativas en la intensidad y frecuencia relativa de *swell* y *wind sea*, asociadas a forzamientos estacionales y remotos del Pacífico; así como que la integración del particionamiento y del análisis de parámetros escalares fortalece la transferencia tecnológica y la educación científica, contribuyendo a la mejora de los sistemas de alerta temprana y a la concientización social sobre riesgos costeros.

MARCO CONCEPTUAL O TEÓRICO

El estudio de los procesos oceánicos ha avanzado notablemente en las últimas décadas, impulsado por la necesidad de comprender la dinámica natural del mar y de responder a los riesgos asociados a fenómenos extremos como los tsunamis.

En este marco, los espectros de oleaje se han consolidado como una herramienta fundamental para describir la distribución de energía de las olas en función de la frecuencia y la dirección. La aplicación de técnicas de particionamiento espectral permite descomponer estos espectros en sistemas coherentes, mientras que el análisis de parámetros escalares por sistemas de oleaje facilita la interpretación de la información para fines de investigación, monitoreo y prevención. Este apartado reúne los principales fundamentos teóricos y metodológicos que sustentan la investigación, incluyendo los aportes de autores clásicos, desarrollos recientes y contribuciones regionales en el Pacífico Oriental.

El oleaje es la expresión visible de la interacción entre procesos atmosféricos y oceánicos, se origina principalmente a partir de la transferencia de energía del viento a la superficie del mar, generando sistemas de olas locales (*wind sea*), caracterizados por periodos cortos, direcciones variables y alta irregularidad. Estos sistemas suelen coexistir con oleajes lejanos (*swell*), generados por tormentas remotas que pueden viajar miles de kilómetros con notable regularidad direccional y espectral (Aramburo et al. 2022; Portilla-Yandún et al., 2015). En consecuencia, el oleaje observado en un punto específico rara vez es simple; por el contrario, representa la superposición de múltiples trenes que aportan energía simultáneamente. Esta complejidad ha sido ampliamente documentada en la literatura, mostrando cómo la interacción entre *wind sea* y *swell* define la dinámica oceánica regional y global (Ardhuin et al., 2010; Kalappurakal et al., 2025).

Para representar esta diversidad de sistemas de oleaje, se utilizan los espectros direccionales de oleaje, los cuales distribuyen la energía en dos dimensiones: frecuencia y dirección, estos permiten cuantificar no solo la energía total, sino también identificar picos dominantes que corresponden a distintos sistemas oceánicos. La teoría espectral, perfeccionada a partir de los años setenta y consolidada con observaciones de boyas, radares y satélites, reveló que los espectros rara vez son unimodales; pues en la mayoría de los casos se observa la coexistencia de varios picos de energía, lo que condujo al desarrollo de metodologías orientadas a separar, identificar y caracterizar cada contribución mediante particionamiento espectral (Hanson et al., 2001; Portilla et al., 2009).

El particionamiento espectral consiste en descomponer un espectro complejo en subsistemas coherentes de oleaje. Los avances iniciales de esta metodología se remontan a finales del siglo XX, pero fueron Hanson y Phillips (2001) quienes establecieron un procedimiento automatizado que permitió detectar picos espectrales y asociarlos a sistemas específicos. Posteriormente, los aportes de Portilla et al. (2009) introdujeron un método sistemático de particionamiento bidimensional que ha sido ampliamente utilizado para diferenciar entre *wind sea* y *swell*. Este enfoque fue extendido por Portilla-Yandún et al. (2015) y Portilla-Yandún y Cavaleri (2019), quienes aplicaron el particionamiento a análisis estadísticos de largo plazo, evaluando la persistencia, variabilidad y distribución de los sistemas de oleaje.

El desarrollo reciente ha llevado el particionamiento espectral a nuevas fronteras metodológicas, por ello, Lv et al. (2024) presentaron un algoritmo automático basado en redes neuronales generativas y visión computacional para espectros satelitales; mientras que Zheng et al. (2024) combinaron el particionamiento con técnicas de seguimiento de sistemas espectrales multimodales. A escala global, Mazzaretto et al. (2024) llevaron a cabo un análisis comparativo de los sistemas costeros de oleaje, demostrando la utilidad del particionamiento para evaluar riesgos regionales. Por otra parte, en contextos de monitoreo operativo, Wyatt et al. (2022) mostraron que los radares de alta frecuencia pueden separar *wind sea* y *swell*, mientras que Liu et al. (2025) propusieron banderas de calidad para espectros SAR al compararlos con el modelo WW3. Estas innovaciones reflejan la versatilidad del particionamiento como herramienta científica y aplicada.

Más allá de la identificación de sistemas, el análisis espectral permite obtener parámetros escalares para los distintos sistemas de oleaje que sintetizan la información contenida en los espectros. La altura significativa (H_s) se utiliza como

indicador de la energía total; el periodo pico (T_p) señala la frecuencia dominante; el periodo medio (T_m) resume la media temporal de los trenes de olas, y la dirección media (D_p) refleja la orientación predominante del oleaje. Estos parámetros son esenciales en la ingeniería costera, la navegación, los pronósticos marinos y la comunicación con comunidades no técnicas. Su utilidad radica en que convierten la complejidad de los espectros en valores fácilmente interpretables, sin perder su relación con la dinámica subyacente.

El vínculo entre particionamiento espectral y prevención de riesgos se hace patente en el caso de los tsunamis. Aunque estos fenómenos no tienen el mismo origen que el oleaje generado por viento, su paso a través del océano puede alterar patrones espectrales y producir señales detectables en datos de alta resolución. Dzvonkovskaya et al. (2018) mostraron que los radares de alta frecuencia pueden registrar corrientes superficiales anómalas inducidas por tsunamis, mientras que Constantinou et al. (2023) exploraron la aplicación de algoritmos de aprendizaje profundo para detectar ondas internas relacionadas con estos eventos. Angeli et al. (2025) revisaron los métodos de detección mediante boyas de presión de fondo, destacando la importancia de sistemas multiparamétricos para alertas más confiables. Estos aportes sugieren que la integración entre la ciencia del oleaje y los sistemas de alerta temprana es no sólo posible, sino también necesaria.

En este panorama internacional, es importante reconocer los aportes de investigadores latinoamericanos que han profundizado en el estudio de los sistemas espectrales en el Pacífico. Al respecto, Aramburo et al. (2022) analizaron el impacto del fenómeno ENSO en la variabilidad del oleaje en el Pacífico, distinguiendo entre *wind sea* y *swell*. Su investigación demostró cómo las fases cálida y fría de ENSO modifican los parámetros escalares y la energía relativa de los sistemas espectrales, aportando evidencia sobre la sensibilidad del Pacífico a forzamientos climáticos de gran escala.

El océano Pacífico, escenario de alta actividad sísmica y volcánica, es también el espacio donde confluyen forzamientos climáticos de gran escala como ENSO y riesgos asociados a tsunamis. La alerta emitida el 30 de julio de 2025, tras un sismo de magnitud 8,8 en Kamchatka, constituye un recordatorio reciente de la vulnerabilidad de las costas y de la necesidad de contar con herramientas robustas para el monitoreo. Analizar espectros de oleaje particionados en torno a este evento representa una oportunidad no solo para contribuir a la ciencia básica, sino también para transferir conocimiento a la sociedad y a comunidades costeras.

La literatura científica señala que el futuro del análisis espectral reside en la integración de observaciones, modelos numéricos y algoritmos de inteligencia artificial. Qu et al. (2024) introdujeron el método WA-PO para espectros satelitales SWIM, mientras que Yu (2025) desarrolló un enfoque que incorpora viento y topografía en la separación de oleajes alrededor de islas. Estas innovaciones, junto con la validación de métodos híbridos y la comparación de modelos de reanálisis y observaciones, amplían las perspectivas para investigaciones aplicadas en prevención y gestión costera.

En conclusión, el marco conceptual de esta investigación se sustenta en tres pilares fundamentales. Primero, la naturaleza multimodal del oleaje, que exige representaciones espectrales bidimensionales y su descomposición en sistemas coherentes. Segundo, la evolución metodológica del particionamiento espectral, desde los aportes fundacionales de Hanson y Phillips (2001) y Portilla et al. (2009, 2015) hasta las innovaciones recientes basadas en inteligencia artificial y monitoreo operacional (Liu et al., 2025; Lv et al., 2024; Mazzaretto et al., 2024; Zheng et al., 2024). Tercero, la relevancia social de este conocimiento, ejemplificada en la vinculación entre análisis espectral y prevención de tsunamis (Angeli et al., 2025; Constantinou et al., 2023; Dzvonkovskaya et al., 2018), y reforzada por las investigaciones de Aramburo y Montoya (2022) que contextualizan estas metodologías en el Pacífico Oriental Tropical.

MATERIALES Y MÉTODOS

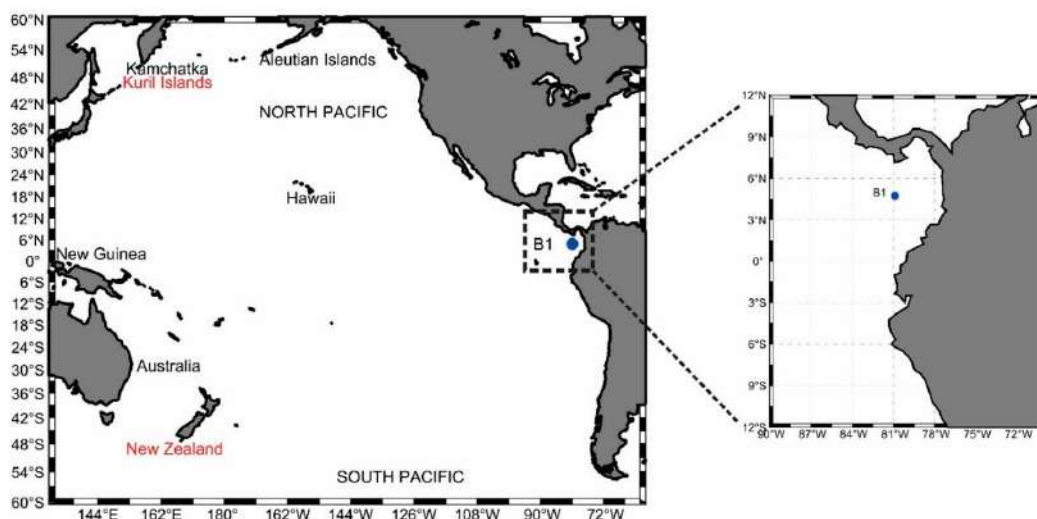
Tipo de estudio y enfoque

Este estudio es cuantitativo, de alcance descriptivo-explicativo. Se apoya en análisis espectral direccional del oleaje para identificar y caracterizar sistemas mediante particionamiento bidimensional (frecuencia–dirección), complementado con el cálculo de parámetros escalares (H_s , T_p , T_m , D_p) por sistema. El enfoque descriptivo permite detallar la estructura multimodal (swell de largo período, mar de viento local y componentes intermedias) y su variación intratemporal. El componente explicativo vincula esos patrones con fuerzas atmosféricas y remotas (ej. Chorro del Chocó y swells australes), sustentando inferencias físicas sobre el modo dominante y las ventanas de intensificación.

Área de estudio

La zona de análisis se ubica en el Pacífico oriental, en una región expuesta a la superposición de *wind sea* (generado localmente por alisios) y *swell* (proveniente de tormentas remotas de ambos hemisferios). El periodo de estudio se delimitó a junio–agosto de 2025 para capturar la estacionalidad boreal. Se trabajó con una boya virtual (B1) en la coordenada (4.74°N, -80.9°W), (Ver Figura 23).

Figura 23. Ubicación de la Boya Virtual (B1)



Nota. Elaboración propia.

DATOS Y FUENTES

Reanálisis de oleaje (ERA5/ECMWF)

Debido a que el estudio se enfoca en clima espectral, se utilizaron datos del *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF), proyecto de reanálisis ERA5 (Dee et al., 2011), disponible desde 1959 a la actualidad, con espectros de oleaje direccionales en intervalos de 6 horas (00:00, 06:00, 12:00 y 18:00 UTC). Para este estudio (junio–agosto de 2025), se emplearon 368 espectros por boya (92 días×4 horarios), es decir, cada espectro consta de 30 bandas de frecuencia (distribución geométrica de 0.0345 Hz a 0.547 Hz) y 24 bandas direccionales (de 7.5° a 352.5° con paso 15°), conformando

una malla espectral 30×24 (frecuencia×dirección). La confiabilidad de estos datos ha sido ampliamente evaluada (Aarnes & Krogstad, 2001; Dee et al., 2011; Jiang & Mu, 2019; Portilla-Yandún et al., 2015; Roome et al., 2024). Se complementó con viento a 10 m de ERA5 (resolución espacial $\sim 0.75^\circ \times 0.75^\circ$) para diagnóstico sinóptico.

Preprocesamiento y control de calidad

Se realizó lectura y estandarización de archivos NetCDF homogeneizando unidades, rejilla y metadatos. Se verificaron inconsistencias (no-negatividad de densidad espectral, monotonía de frecuencia, regularidad angular) y se descartaron espectros con más del 5% de celdas faltantes. Posteriormente, se calcularon pesos de integración: incrementos de frecuencia (df) y de dirección ($d\theta = 15^\circ$ en radianes) para integrar energía espectral de forma conservativa.

Particionamiento espectral bidimensional

Se aplicó un particionamiento 2D (frecuencia–dirección) inspirado en Hanson & Phillips (2001) y Portilla-Yandún et al. (2009), con criterios de:

- Detección de picos sobre densidad espectral suavizada.
- Crecimiento por vecindad hasta líneas de “valle” (gradiente descendente de energía).
- Fusión de particiones si el valle intermedio es poco profundo o si la separación angular/frecuencial no es físicamente significativa.
- Etiquetado como wind sea o swell usando wave age y coherencia direccional, apoyado en viento a 10 m.

Esta metodología fue basada en los aportes dados por Cahl y Voulgaris (2019).

Filtro de consistencia física

Antes de aplicar el proceso de identificación de sistemas espectrales, fue necesario implementar un conjunto de filtros destinados a garantizar la validez física y la coherencia interna de cada partición. Estos filtros actúan como un mecanismo de control de calidad, permitiendo descartar particiones ambiguas o físicamente irrelevantes y reteniendo únicamente aquellas que representan de manera consistente a un sistema de oleaje. Los resultados pueden detallarse en la Figura 24. A continuación, se describe la metodología para la selección del Filtro de consistencia física.

F1: consistencia pico-frecuencia, pico-dirección y energía acumulada (de energía mínima). El objetivo de **F1** fue asegurar que cada partición aceptada perteneciera al sistema espectral que se pretendía representar, considerando simultáneamente tres propiedades: su frecuencia pico, dirección pico y una proporción mínima de energía acumulada en los rangos (frecuencia y dirección) que definen a dicho sistema. Para ello se ensaya una familia de umbrales de energía acumulada $x \in \{10\%, 12\%, 14\%, 16\%, 18\%, 20\%, 22\%, 24\%, 26\%\}$, verificando la condición $E_{t,exc} \geq x \% \cdot E_t$, donde E_t es la energía total del espectro y $E_{t,exc}$ es la energía excedente contenida por la partición dentro de los rangos característicos (frecuencia y dirección) del sistema.

En el presente estudio se escogió $x = 14\%$ por ser suficientemente exigente para garantizar que una fracción mínima de la energía caiga en los rangos que definen el sistema; no ser tan estricto como para descartar particiones físicamente

relevantes pero dispersas; evitar un criterio laxo que clasifique particiones de baja energía como parte del sistema. Así, ensayos comparativos mostraron que 14% ofrece clasificaciones estables y reproducibles, aumentando la representatividad física sin sacrificar información de energía útil.

Cálculo de parámetros escalares

Para cada partición seleccionada se estimaron: altura significativa H_s (proporcional a $4\sqrt{m_0}$ con m_0 momento de orden 0), periodo pico T_p (frecuencia de máximo de densidad), y dirección pico D_p . Estos parámetros se calcularon tanto a escala diaria/mensual (promedios y dispersión).

Análisis estadístico y gráficos

Se generaron series de promedios diarios por sistema y mes (junio, julio, agosto), mapas polares, mapas de calor día×mes y barras de promedios mensuales de parámetros escalares para cada sistema de oleaje. Se calcularon anomalías mensuales respecto al promedio del trimestre y contrastes inter-mensuales (junio–julio–agosto) por sistema.

Herramientas y reproducibilidad

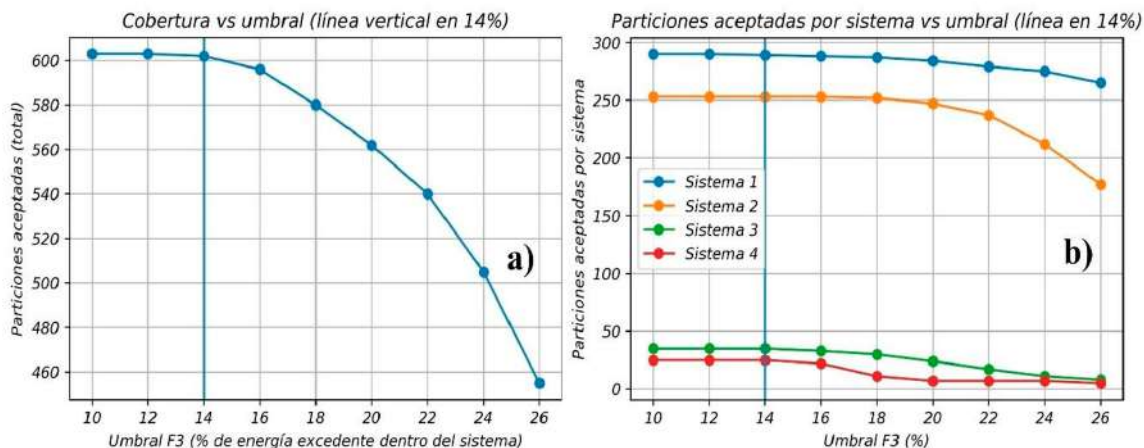
El flujo de trabajo se implementó en Python (lectura con *xarray*, análisis con *numpy/pandas*, gráficos con *matplotlib*; soporte con *wavespectra*) y rutinas propias para particionamiento, filtros y parámetros.

RESULTADOS

Análisis de sensibilidad del umbral F1: justificación de la elección del 14%

El umbral F1 corresponde al porcentaje mínimo de energía excedente dentro de cada sistema espectral para aceptar una partición. La elección de este valor es fundamental, ya que determina el balance entre cobertura total de particiones y representatividad de cada sistema individual. En la Figura 24 se muestran dos perspectivas complementarias: (a) el número total de particiones aceptadas y (b) las particiones aceptadas por sistema, en función del umbral.

Figura 24. Sensibilidad del número de particiones aceptadas frente al umbral



Nota. Elaboración propia.

La Figura 24a muestra la relación entre el número total de particiones aceptadas y el incremento progresivo del umbral F1. Se observa que, hasta valores cercanos al 14%, la cobertura permanece prácticamente constante en torno a las 600 particiones aceptadas. Sin embargo, a partir de este valor se presenta una caída marcada y sostenida, lo cual refleja una pérdida de información significativa. En este sentido, el umbral del 14% se comporta como un límite natural, ya que asegura la máxima cobertura posible antes de que se produzca el descenso abrupto en el número de particiones.

Por su parte, la Figura 24b evidencia el comportamiento de cada sistema de manera individual frente al mismo umbral. Los sistemas principales, Sistema 1 y Sistema 2, mantienen una alta estabilidad hasta alrededor del 14–16%, mientras que a valores más altos comienzan a experimentar una disminución progresiva, en especial el Sistema 2. En contraste, los sistemas de menor energía, como el Sistema 3 y el Sistema 4, son mucho más sensibles al incremento del umbral y tienden a desaparecer rápidamente cuando este supera el 14%.

Esto implica que valores más altos eliminan precisamente las particiones menos energéticas, reduciendo la representación integral de los sistemas espectrales. En conjunto, ambos paneles demuestran que la elección de un umbral F2 del 14% es coherente y robusta. Este valor permitió conservar la cobertura total prácticamente intacta, mantener la estabilidad de los sistemas dominantes y, al mismo tiempo, preservar las contribuciones de los sistemas secundarios que enriquecen la caracterización global.

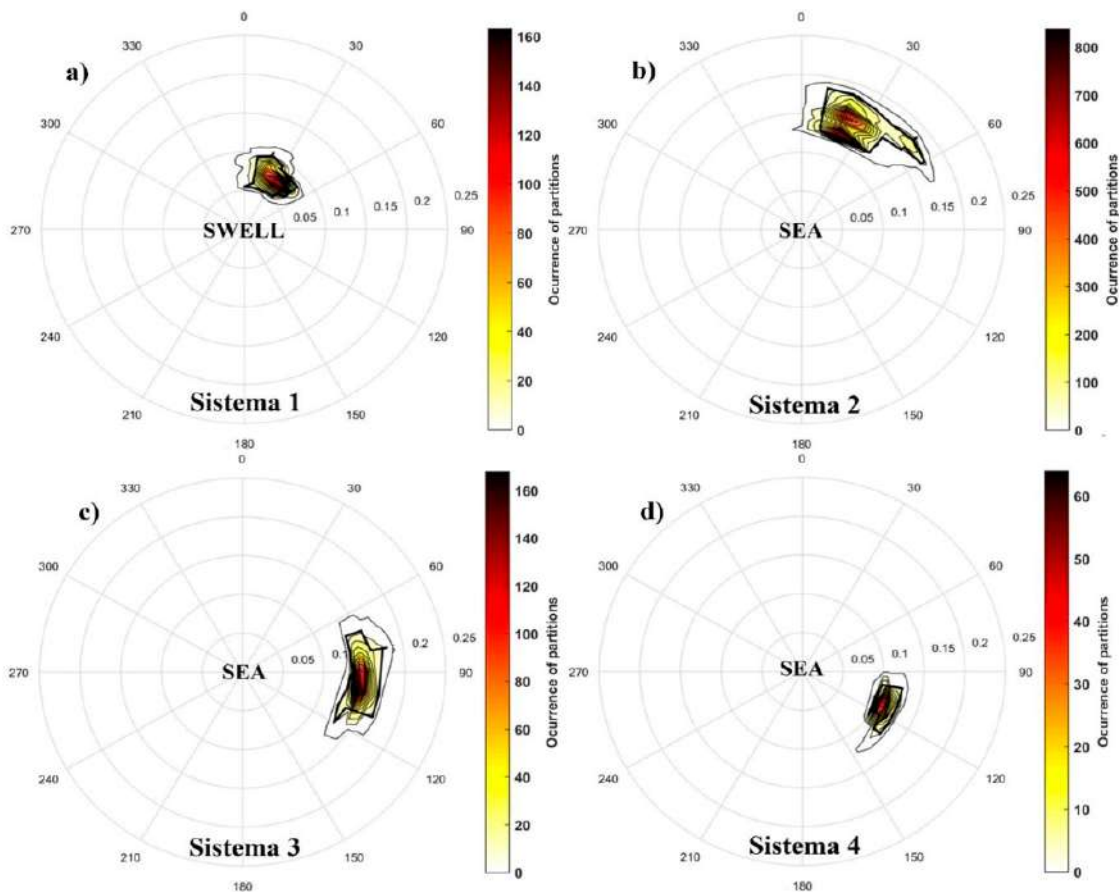
Sistemas de oleaje identificados en el punto de referencia (4.74°N, 80.9°W) en el Océano Pacífico

En la Figura 25 se presentan los sistemas de oleaje identificados en el punto de referencia del Pacífico colombiano. En los paneles 25a–25d se muestran mapas polares de ocurrencia en el espacio frecuencia–dirección, donde se aprecia la persistencia y el rumbo dominante de cada sistema. Cada panel (25a–25d) corresponde a un gráfico polar frecuencia–dirección; el radio indica la frecuencia pico y el ángulo la dirección de propagación del oleaje, representados en convención oceanográfica; es decir, 0° en el Norte y aumentando en sentido horario según la procedencia de las olas, permitiendo distinguir *windsea* y *swell*.

La Figura 25a, presenta el Sistema 1, el cual exhibe una frecuencia pico baja (≈ 0.07 Hz, periodo ~ 14 s) con dirección dominante $\sim 28.8^\circ$. La baja frecuencia y el largo periodo son característicos de un *swell* generado en altas latitudes del Pacífico suroeste, específicamente en el entorno de Nueva Zelanda, donde intensos sistemas de baja presión producen oleajes de gran desarrollo (fetch extenso) que se propagan miles de kilómetros hacia el noreste. Este tren de oleaje llega al Pacífico colombiano con poca dispersión direccional, tal como describen Portilla et al. (2018), quienes documentan la persistencia global de estos *swells* australes.

El Sistema 2 (Figura 25b) tiene una frecuencia pico alta (≈ 0.145 Hz, periodo ~ 7 s) con dirección $\sim 23.7^\circ$. Esto corresponde a un mar de viento local (*windsea*) generado por la acción directa de los vientos sobre la cuenca colombiana. Su orientación noroeste está en coherencia con la influencia estacional del Chorro de Bajo Nivel del Chocó (Chocó Jet), un flujo intenso de sur a norte que canaliza humedad desde el Pacífico hacia Centroamérica y genera forzamientos locales que producen mares de viento en este sector (Poveda & Mesa, 2000). Este sistema, por tanto, es representativo de la dinámica atmosférica regional que impacta directamente en la generación de oleaje.

Figura 25. Particiones espectrales de oleaje en (4.74°N, 80.9°W).



Nota. Elaboración propia.

En la Figura 25c, el Sistema 3 presenta una frecuencia pico ~ 0.145 Hz (≈ 7 s) y dirección $\sim 95.1^\circ$ (desde el este). Corresponde a un mar de viento regional o un *swell* joven aún cercano a su zona de generación en el Pacífico oriental ecuatorial. Esta interpretación es consistente con los criterios operativos de separación *windsea/swell* que asocian frecuencias más altas y mayor “juventud” espectral a oleaje de viento local o en fase temprana, y frecuencias más bajas a *swell* remoto de largo recorrido (Portilla et al., 2009; Wang & Swail, 2001). Para el contexto costero, la coexistencia de este componente regional con *swells* remotos es habitual y ha sido documentada en análisis climatológicos recientes de sistemas de oleaje (Mazzaretto et al., 2024).

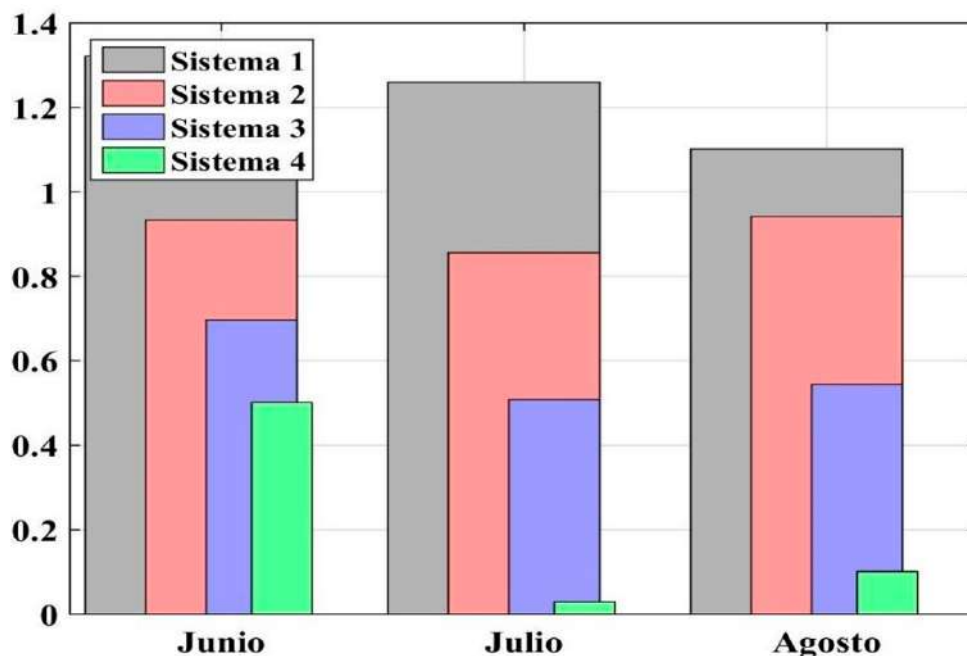
Por último, el Sistema 4 (Figura 25d) tiene una frecuencia intermedia (≈ 0.11 Hz, periodo ~ 9 s) y dirección $\sim 113.7^\circ$. Este patrón sugiere un *swell* secundario generado en latitudes medias del Pacífico suroriental, posiblemente asociado a frentes fríos australes o sistemas de baja presión en la costa de Chile y Perú. Aunque su energía es menor, su persistencia en la señal confirma la importancia de considerar trenes secundarios de *swell* en la caracterización espectral (Portilla-Yandún, 2015). En conjunto, los cuatro sistemas identificados evidencian la superposición de forzantes remotas y locales, las cuales son un *swell* de origen en el Pacífico suroeste (región de Nueva Zelanda), evidenciado en la Figura 25a; un mar de viento local asociado al Chocó Jet (Figura 25b); un mar de viento regional o *swell* joven proveniente del Pacífico oriental ecuatorial (no un *swell* transoceánico de largo período (Figura 25c); y un *swell* secundario procedente del Pacífico suroriental (Figura 25d). Esta combinación multimodal refleja la complejidad de la dinámica espectral en el Pacífico colombiano, donde interactúan trenes remotos de gran escala con oleajes de viento regional modulados por los chorros atmosféricos.

Variación mensual de la altura significativa media por sistema de oleaje en el punto de referencia

La figura 26 muestra la contribución relativa de cada sistema de oleaje (Sistemas 1–4) durante los meses de junio, julio y agosto. Cada barra apilada representa la altura significativa media (H_s) asociada a los sistemas previamente identificados: el *swell* del suroeste (Sistema 1); el mar de viento local vinculado al Chorro de Chocó (Sistema 2); el mar de viento regional o *swell* joven del Pacífico oriental (Sistema 3); el *swell* secundario del Pacífico suroriental (Sistema 4).

A lo largo de junio, julio y agosto se evidencia una señal claramente multimodal en H_s , donde coexisten trenes remotos y mares de viento regionales. En junio se observa el mayor equilibrio entre componentes: el Sistema 1 (*swell* del suroeste, asociado a tormentas invernales en el entorno de Nueva Zelanda) domina pero comparte protagonismo con el Sistema 2 (mar de viento local forzado por el Chorro de Chocó); mientras que el Sistema 3 (*windsea/swell* joven desde el Pacífico oriental) y el Sistema 4 (*swell* secundario del sureste, latitudes medias Perú–Chile) mantienen aportes apreciables. Esta configuración sugiere un campo de oleaje rico en interacciones, con llegada sostenida de *swell* austral y respuesta simultánea a vientos regionales.

Figura 26. Altura significativa media (H_s) por sistema de oleaje durante el verano boreal (JJA)



Nota. Elaboración propia.

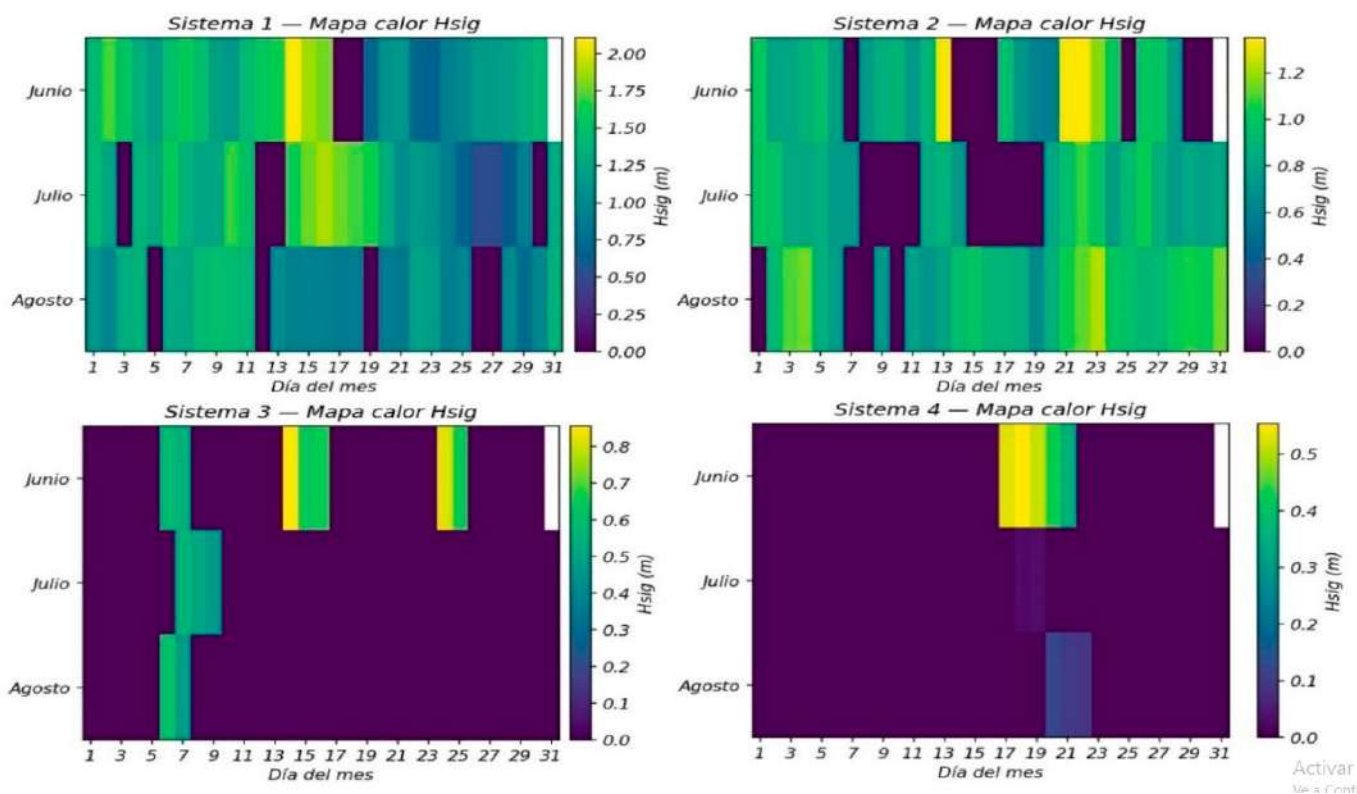
Para agosto se recupera la influencia de los vientos regionales: el Sistema 2 vuelve a crecer y queda cercano al Sistema 1, coherente con el fortalecimiento estacional del Chorro de Chocó a finales del verano boreal. El Sistema 3 también repunta levemente, sugiriendo mayor actividad convectiva en el Pacífico oriental, mientras que el Sistema 4 reaparece de forma modesta.

En julio se refuerza el liderazgo del Sistema 1, cuyo H_s alcanza el máximo del trimestre, consistente con el pico del invierno austral y la propagación eficiente de trenes de largo recorrido hacia el Pacífico colombiano. En contraste, disminuye la contribución del Sistema 2, al igual que la del Sistema 3 y el Sistema 4 prácticamente se extingue, indicando que la señal remota del suroeste impone el régimen de oleaje y relega los componentes de menor energía.

Variabilidad diaria de Hs por sistema durante el verano boreal en 4.74°N, 80.9°W

En la Figura 27 se aprecia la variabilidad diaria de la altura significativa de cada sistema durante la temporada JJA. El Sistema 1 muestra una señal persistente a lo largo de los tres meses, con valores frecuentes entre 1.0 y 1.5 m y valores máximos que superan los 2.0 m en la primera quincena de junio y nuevamente hacia mediados de julio. Estos máximos reflejan la llegada recurrente del swell austral, coherente con la intensificación de las tormentas en el Pacífico suroeste durante el invierno austral. El Sistema 2 presenta una dinámica más intermitente, con picos que alcanzan entre 1.0 y 1.2 m, especialmente a mediados de junio y en la segunda quincena de julio–agosto. Esta intensificación está en consonancia con el fortalecimiento estacional del Chorro de Chocó, que en esta época del año potencia los mares de viento locales y explica la recurrencia de Hs superiores a 1.0 m en cortos periodos.

Figura 27. Evolución diaria de la altura significativa por sistemas de oleaje



Nota. Elaboración propia.

En contraste, el Sistema 3 se caracteriza por pulsos aislados y de menor energía, con valores que rondan los 0.6 – 0.8 m, más notorios durante junio y principios de agosto. Su comportamiento fragmentado refuerza su carácter de mar de viento regional o *swell* joven, asociado a forzamientos atmosféricos transitorios en el Pacífico oriental. Finalmente, el Sistema 4 muestra contribuciones puntuales, alcanzando valores máximos cercanos a 0.5 m hacia mediados de junio, lo que confirma su rol secundario y su dependencia de condiciones específicas en el Pacífico suroriental.

En relación con el tsunami del 30 de julio de 2025, cabe aclarar que los tsunamis poseen periodos mucho más largos (minutos a horas) que los analizados aquí (0.05 – 0.25 Hz), por lo cual no se registran en los espectros de viento y *swell*. Los valores de H_s alrededor de esas fechas no muestran anomalías atribuibles al tsunami, lo cual es consistente con estudios que señalan la imposibilidad de detectar estos eventos en registros espectrales de alta frecuencia (Portilla et al., 2009; Wang

& Swail, 2001). Así, los patrones observados responden exclusivamente a la dinámica multimodal de swells y mares de viento característica del Pacífico colombiano en la temporada boreal de JJA.

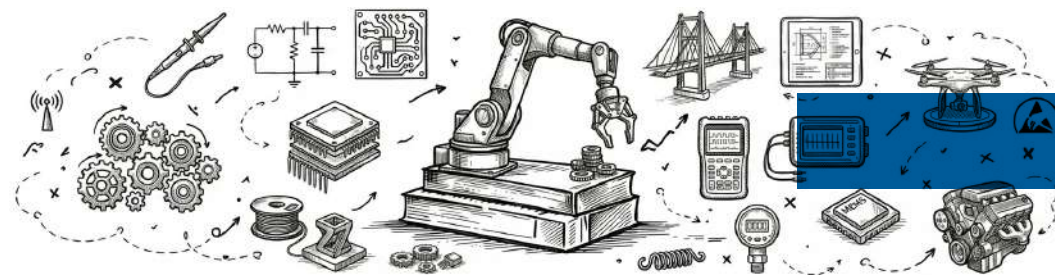
CONCLUSIONES

A partir de la investigación realizada, es posible concluir que el análisis espectral direccional durante el verano boreal (JJA) en 4.74° N, 80.9° W evidencia un régimen de oleaje claramente multimodal. El *swell* de largo período proveniente del suroeste (≈ 0.07 Hz; ~ 14 s) se confirma como el componente dominante y persistente, constituyendo el piso energético sobre el cual se modula la variabilidad intratemporal. El mar de viento local (≈ 0.145 Hz; ~ 7 s), vinculado al Chorro de Chocó, muestra una intensificación hacia finales de la temporada, mientras que el mar de viento regional/*swell* joven del Pacífico oriental y la componente de período intermedio del suroriente aparecen de forma intermitente y con menor contribución a la altura significativa.

Asimismo, los resultados encontrados demuestran que el particionamiento espectral bidimensional aporta una sensibilidad diagnóstica superior a la de los promedios mensuales, al permitir identificar qué sistema concentra la energía y en qué ventanas temporales ocurre. Esta desagregación mejora la interpretación física del oleaje y ofrece insumos más accionables para la gestión costera, la operación portuaria y el diseño de infraestructura, al vincular magnitud, frecuencia pico y dirección de propagación con forzantes locales y remotas.

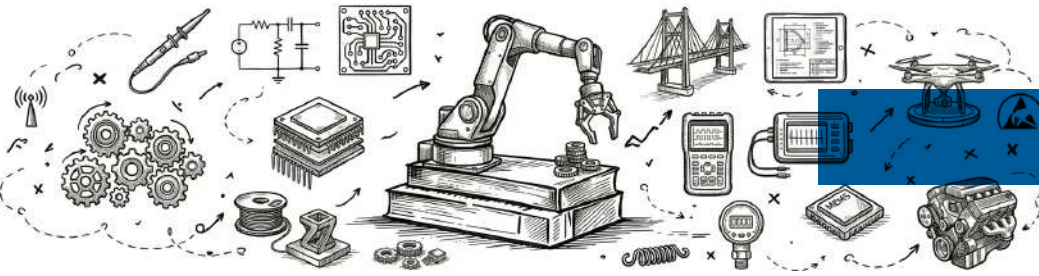
Comprender el comportamiento multimodal del oleaje mediante particionamiento espectral tiene un valor directo para la prevención y la gestión del riesgo en costas. Al distinguir qué sistemas (*swell* de largo período, mar de viento local y componentes intermedias) sostienen la altura significativa y cuándo se intensifican dentro de JJA, se obtienen insumos operativos para avisos tempranos, ventanas de navegación y pesca, y criterios de diseño en puertos y obras litorales. Además, su incorporación en la comunicación con comunidades costeras y en programas educativos fortalece la cultura de prevención, al traducir la complejidad espectral en mensajes claros y accionables.

Los resultados de este estudio muestran que el particionamiento espectral actúa como una herramienta capaz de “traducir” el lenguaje de las olas. Al descomponer la señal multimodal en sistemas coherentes de *swell* y mar de viento, se revela un alfabeto físico donde la frecuencia, la dirección y la energía permiten leer cuándo y cómo se organizan los trenes de oleaje en el Pacífico colombiano. Este lenguaje no es solo de interés académico, sino que ofrece claves operativas para la gestión costera, el diseño de infraestructura y la planificación de sistemas de alerta temprana, al transformar patrones espectrales complejos en información interpretable y accionable para la toma de decisiones y la educación de las comunidades costeras.



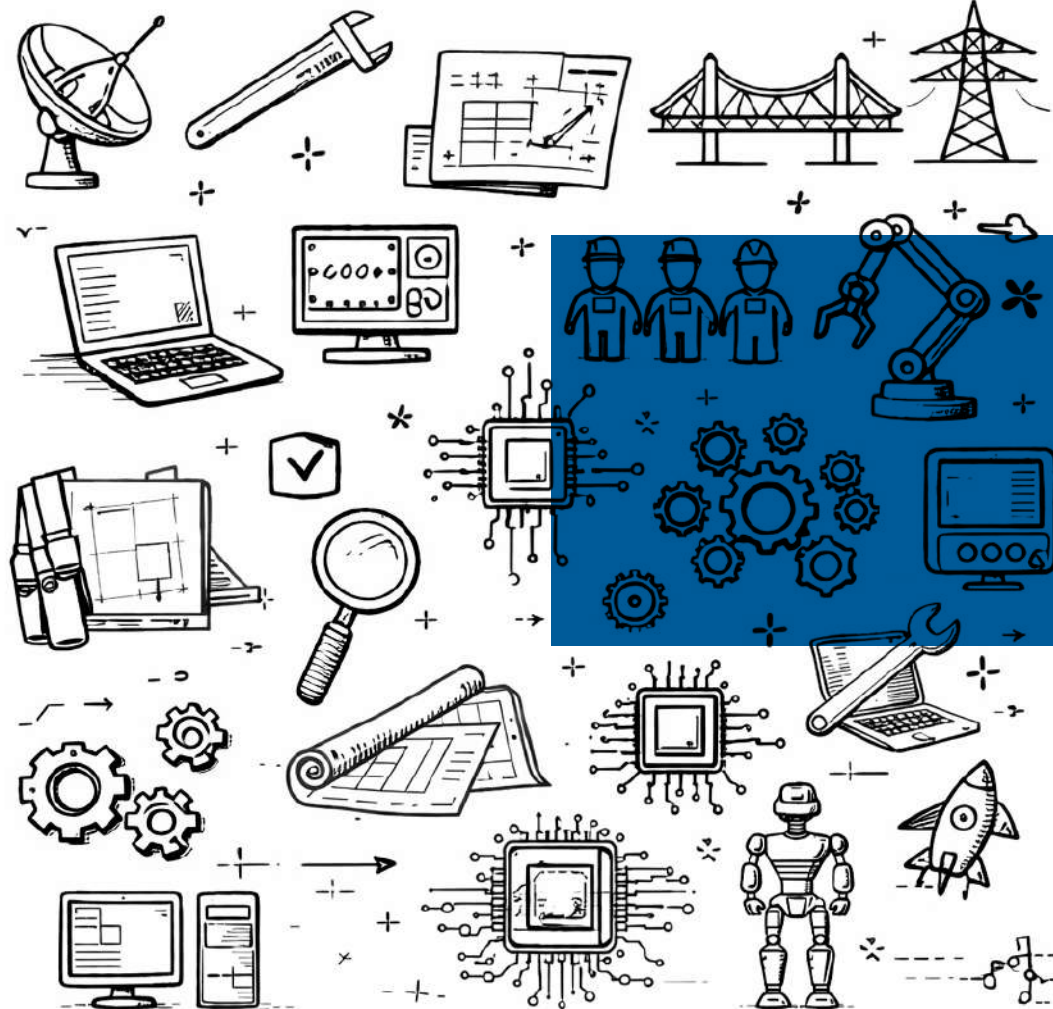
REFERENCIAS

- Aramburo, D., Montoya, R. D., & Osorio, A. F. (2022). Impact of the ENSO phenomenon on wave variability in the Pacific Ocean for wind sea and swell waves. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 100, 101328. <https://doi.org/10.1016/j.dynatmoce.2022.101328>
- Ardhuin, F., Rogers, E., Babanin, A. V., Filipot, J.-F., Magne, R., Roland, A., ... Collard, F. (2010). Semiempirical dissipation source functions for ocean waves. Part I: Definition, calibration, and validation. *Journal of Physical Oceanography*, 40(9), 1917–1941. <https://doi.org/10.1175/2010JPO4324.1>
- Constantinou, N., et al. (2023). *Deep learning driven detection of tsunami related internal gravity waves: A path towards open-ocean natural hazards detection* [Preprint]. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2308.04611>
- Dzvonkovskaya, A., Dzvonkovsky, V., Gurgel, K.-W., & Essen, H.-H. (2018). High-frequency ocean radar support for tsunami early warning systems. *Geoscience Letters*, 5(1), 12. <https://doi.org/10.1186/s40562-018-0128-5>
- Hanson, J. L., & Phillips, O. M. (2001). Automated analysis of ocean surface directional wave spectra. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18(2), 277–293. [https://doi.org/10.1175/1520-0426\(2001\)018<0277:AAOOSD>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(2001)018<0277:AAOOSD>2.0.CO;2)
- Kalappurakal, S. K., Puthuveetil, S. R., & Sanil Kumar, V. (2025). Temporal variations in wave systems in a multimodal sea state in the coastal waters of the eastern Arabian Sea. *Oceans*, 6(3), 53. <https://doi.org/10.3390/oceans6030053>
- Liu, Q., et al. (2025). Developing a quality flag for SAR ocean wave spectrum: Partitioning differences with WW3. *Remote Sensing*, 17(18), 3191. <https://doi.org/10.3390/rs17183191>
- Lv, Y., et al. (2024). Satellite wave 2D spectrum partition based on the PI-ViT-GAN automatic partitioning method. *Journal of Ocean Engineering and Science*, 15(2), 119–134. <https://doi.org/10.1016/j.joes.2023.07.005>
- Mazzaretto, A., Breivik, Ø., & Semedo, A. (2024). A worldwide coastal analysis of the climate wave systems. *Frontiers in Marine Science*, 11, 1385285. <https://doi.org/10.3389/fmars.2024.1385285>
- Portilla-Yandún, J., Ocampo-Torres, F. J., & Monbaliu, J. (2009). Spectral partitioning and identification of wind sea and swell. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 26(1), 107–122. <https://doi.org/10.1175/2008JTECHO609.1>
- Portilla-Yandún, J., Ocampo-Torres, F. J., & Monbaliu, J. (2015). Wave spectra partitioning and long-term statistical distribution. *Ocean Modelling*, 96, 171–181. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2015.06.008>



REFERENCIAS

- Portilla-Yandún, J., & Cavaleri, L. (2019). Wave spectra partitioning for long-term statistical analysis of wind sea and swell systems. *Ocean Modelling*, 142, 101456. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2019.101456>
- Qu, X., Li, H., & Liu, Z. (2024). Wave spectral partitioning for the SWIM spectrometer based on the wave age and parameter optimization method. *Marine Geodesy*, 47(5), 368–394. <https://doi.org/10.1080/01490419.2024.2373718>
- Semedo, A., Sušelj, K., Rutgersson, A., & Sterl, A. (2011). A global view on the wind sea and swell climate. *Journal of Climate*, 24(5), 1461–1479. <https://doi.org/10.1175/2010JCLI3718.1>
- Wang, D. W., & Swail, V. R. (2001). An operational method for separating wind sea and swell. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 18(12), 2052–2062. [https://doi.org/10.1175/1520-0426\(2001\)018<2052:AOMFSW>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(2001)018<2052:AOMFSW>2.0.CO;2)
- Wyatt, L. R., Wang, H., & Ning, D. (2022). Swell and wind-sea partitioning of HF radar directional data. *Journal of Operational Oceanography*, 17(2), 189–202. <https://doi.org/10.1080/1755876X.2022.2127232>
- Yu, X. (2025). Separating swell from mixed waves around island through wave action balance modeling. *Applied Ocean Research*, 161, 104687. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2025.104687>
- Zheng, X., Chen, G., & Liu, Z. (2024). Investigation of multimodal wave climate using spectral partitioning and wave system tracking techniques. *Coastal Engineering*, 193, 104202. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2024.104202>



5

MODELACIÓN DINÁMICA PARA LA GESTIÓN SOSTENIBLE DEL AGUA POTABLE EN COMUNIDADES RURALES DEL CHOCÓ: EL CASO DE PAIMADÓ-RÍO QUITO

DYNAMIC MODELING FOR SUSTAINABLE DRINKING WATER MANAGEMENT IN RURAL COMMUNITIES OF CHOCÓ: THE CASE OF PAIMADÓ-RÍO QUITO

Cristian Deofanor Hinestroza Moreno
Lubin Delgado Arroyo

RESUMEN

En Paimadó, cabecera municipal de Río Quito (Chocó, Colombia), el acceso al agua potable ha estado condicionado por múltiples factores estructurales, entre los que destaca el crecimiento poblacional, la expansión de la minería aurífera y las limitaciones técnicas y operativas de la infraestructura del acueducto. Estas condiciones han generado un escenario de vulnerabilidad hídrica que compromete la calidad de vida de la comunidad y exige la formulación de soluciones integrales y sostenibles. Ante esta problemática, la presente investigación tuvo como objetivo principal desarrollar un modelo de simulación basado en la dinámica de sistemas para analizar las interacciones entre oferta hídrica, demanda, calidad del recurso y costos de acceso, proyectando escenarios posibles en el periodo 2024–2040. La metodología se estructuró a partir de la construcción de diagramas causales, de niveles y de flujos en la plataforma Vensim PLE, utilizando información primaria obtenida en la comunidad y datos secundarios de fuentes oficiales como el IDEAM, RAS 0330 y DANE. Con este insumo se formularon tres escenarios prospectivos: optimista, moderado y pesimista.

Los resultados de la simulación base revelaron un incremento constante en la demanda de agua, que superaría el millón de metros cúbicos anuales en 2040, impulsada por el crecimiento demográfico y las necesidades de consumo. En paralelo, la oferta de agua mostró una reducción significativa, atribuida principalmente a los impactos negativos de la minería sobre la calidad y disponibilidad del recurso. En el escenario optimista, caracterizado por un control riguroso de la actividad minera y la puesta en marcha de mejoras en el acueducto, se alcanzó cobertura suficiente y una disminución del gasto en agua de los hogares hasta el 0,18% de sus ingresos, lo que representa un alivio económico notable. En contraste, el escenario pesimista reflejó una cobertura insuficiente, con una oferta que apenas alcanzó la mitad de la demanda y familias destinando más del 30% de sus ingresos al acceso al agua, configurando un panorama de inequidad y vulnerabilidad. En conclusión, el estudio demuestra que la dinámica de sistemas es una herramienta eficaz para comprender y proyectar las complejas relaciones entre factores hídricos, sociales y económicos en comunidades rurales. El modelo se presenta como una guía útil para orientar políticas públicas, planes comunitarios y estrategias de gestión hídrica, con potencial de ser transferido a otros territorios que enfrentan problemáticas similares.

PALABRAS CLAVE: acceso al agua, comunidades rurales, dinámica de sistemas, gestión hídrica, minería, sostenibilidad.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Hinestroza, C. y Delgado, L. (2026). Modelación dinámica para la gestión sostenible del agua potable en comunidades rurales del Chocó: el caso de Paimadó – Río Quito. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 87-109). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.5>

ABSTRACT

In Paimadó, the municipal capital of Río Quito (Chocó, Colombia), access to drinking water has been constrained by multiple structural factors, including population growth, the expansion of gold mining, and the technical and operational limitations of the local aqueduct system. These conditions have created a scenario of water vulnerability that undermines the community's quality of life and demands the design of integrated and sustainable solutions. In response, this research aimed to develop a system dynamics simulation model to analyze the interactions among water supply, demand, quality, and access costs, projecting possible scenarios for the period 2024–2040. The methodology was based on the construction of causal loop diagrams and stock-and-flow models in Vensim PLE, using both primary information collected in the community and

secondary data from official sources such as IDEAM, RAS 0330, and DANE. With these inputs, three prospective scenarios were formulated: optimistic, moderate, and pessimistic.

The baseline simulation revealed a steady increase in water demand, projected to exceed one million cubic meters per year by 2040, driven by demographic growth and rising consumption needs. In parallel, water supply showed a significant decline, mainly due to the negative effects of mining on both quality and availability. In the optimistic scenario, characterized by strict environmental control of mining and improvements in the aqueduct infrastructure, sufficient coverage was achieved and household water expenses decreased to 0.18% of family income, representing a notable economic relief. In contrast, the pessimistic scenario reflected insufficient coverage, with supply meeting barely half of the demand and households allocating more than 30% of their income to access water, creating a context of inequity and vulnerability. In conclusion, the study demonstrates that system dynamics is an effective tool for understanding and projecting the complex relationships among hydrological, social, and economic factors in rural communities. The proposed model is presented as a useful guide for designing public policies, community plans, and water management strategies, with the potential to be transferred to other territories facing similar challenges.

KEYWORDS: access to water, community sustainability, drinking water management, mining, rural areas, system dynamics.

How to cite this chapter?

In APA: Hinestroza, C. and Delgado, L. (2026). Modelación dinámica para la gestión sostenible del agua potable en comunidades rurales del Chocó: el caso de Paimadó – Río Quito. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 87-109). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.5>

INTRODUCCIÓN

El acceso al agua potable constituye uno de los retos más relevantes a nivel global, pues está directamente relacionado con la salud pública, la equidad social y el desarrollo sostenible. Aunque la Asamblea General de las Naciones Unidas reconoció el agua como un derecho humano fundamental, más de 844 millones de personas en el mundo carecen de un suministro seguro y continuo, siendo las comunidades rurales las más afectadas en comparación con las urbanas (ONU, 2023; UNESCO, 2019).

En América Latina y el Caribe persiste una diferencia cercana al 13% entre la cobertura de agua para consumo en áreas urbanas y rurales. En Colombia, esta brecha alcanza hasta 46 puntos porcentuales, lo que refleja profundas desigualdades territoriales (Fernández-Vargas, 2020; Moreno, 2020). El municipio de Río Quito, en el departamento del Chocó, representa un caso ilustrativo, en este contexto, aunque cerca del 84% de la población de Paimadó cuenta con algún tipo de conexión al acueducto, el servicio no garantiza potabilidad ni continuidad, lo que obliga a la comunidad a recurrir a fuentes alternativas como aguas lluvias, quebradas o pozos artesanales, muchas veces sin condiciones sanitarias adecuadas (Ministerio de Vivienda Ciudad y Territorio, 2024; Alcaldía Municipal de Río Quito, 2023).

El problema se intensifica con la minería aurífera, que reduce la disponibilidad del recurso y degrada su calidad mediante la contaminación con sedimentos y metales pesados, afectando la salud de la población y los ecosistemas (Beltrán, 2023; Gutiérrez-Mosquera et al., 2021; Murillo & Vargas, 2015). Esta situación incrementa los costos de acceso, ya que los hogares deben invertir tiempo y recursos para recolectar agua segura, destinando en algunos casos más del 30% de sus ingresos a esta necesidad básica (Becerra-Perenguez et al., 2024).

Ante este panorama, surge la necesidad de implementar herramientas que permitan comprender las interacciones entre factores sociales, ambientales y económicos en la gestión del recurso hídrico. La dinámica de sistemas constituye una de las metodologías más adecuadas para este propósito, al posibilitar la representación de relaciones de causa y efecto, así como la proyección de escenarios prospectivos (Aracil y Gordillo, 1997; Phan et al., 2021; Sterman, 2000). Su aplicación en contextos internacionales como China, Nigeria y Suiza ha permitido evaluar el impacto de factores como el crecimiento poblacional, el cambio climático y las tecnologías de potabilización en la sostenibilidad del agua (Adeniran, 2014; Lemaire et al., 2021; Xiao-Jun et al., 2011). En América Latina esta dinámica también se ha empleado para analizar la gestión hídrica en México y en cuencas rurales de Colombia, confirmando su utilidad para abordar problemas locales de acceso al agua (Carrillo-Rodríguez y Toca, 2020; Zuluaga, 2011).

En este sentido, la investigación aquí presentada se orientó a diseñar un modelo de simulación en dinámica de sistemas para evaluar el acceso al agua potable en Paimadó. Se construyó un modelo conceptual que integró cuatro subsistemas: oferta hídrica, demanda, calidad del agua y costos de acceso. Este modelo permitió simular escenarios entre 2024 y 2040, considerando variables como crecimiento poblacional, intensidad de la minería y capacidad de infraestructura de potabilización (Guemouria et al., 2023; Martínez-Austria y Vargas-Hidalgo, 2016; Tian et al., 2020).

Los resultados evidencian que, bajo un escenario de control ambiental y fortalecimiento del acueducto, es posible garantizar la cobertura y reducir el gasto en agua de los hogares a niveles mínimos. En contraste, la falta de intervención conlleva déficits superiores al 50% de la demanda y presiones económicas insostenibles para la comunidad. Estos hallazgos son consistentes con estudios en comunidades rurales de Colombia y otros países, donde se ha demostrado que el fortalecimiento de la infraestructura hídrica y la regulación ambiental reducen de manera significativa los costos de acceso (Chu & Grafton, 2021; Forero-Buitrago et al., 2021; Marykutty et al., 2022).

Así, este estudio ofrece una base sólida para orientar decisiones en política pública y gestión comunitaria del recurso hídrico; de manera que el modelo constituye no solo una herramienta útil para visualizar las implicaciones de la minería y la infraestructura sobre el acceso al agua, sino también una metodología que puede transferirse a otros territorios rurales con problemáticas similares, fortaleciendo la sostenibilidad hídrica y la equidad social.

OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Objetivo general

- Desarrollar un modelo de simulación basado en dinámica de sistemas para evaluar el acceso al agua potable en la comunidad de Paimadó, municipio de Río Quito, considerando la interacción entre la oferta hídrica, la demanda, la calidad del agua y los costos de acceso, con el fin de proyectar escenarios prospectivos y apoyar la toma de decisiones en la gestión del recurso.

Objetivos específicos

- Determinar los componentes del sistema de gestión de agua potable, sus vínculos y retroalimentación interna.
- Construir escenarios mediante un modelo cuantitativo basado en dinámica de sistemas para la gestión de agua potable.
- Aplicar el modelo de gestión de agua potable en Paimadó–Río Quito.

Hipótesis de investigación

La presente investigación tiene como hipótesis que: si se fortalecen las infraestructuras de potabilización y se implementan controles ambientales sobre la minería, la cobertura del servicio de agua potable aumentará y los costos para los hogares disminuirán.

MARCO CONCEPTUAL O TEÓRICO

Gestión Integrada de los Recursos Hídricos (GIRH)

La Gestión Integrada de los Recursos Hídricos (GIRH) se entiende como un enfoque coordinado que busca equilibrar el desarrollo económico, la equidad social y la sostenibilidad ambiental en el manejo del agua (Bolaños-Alfaro y Solano, 2017; Ministerio de Ambiente Vivienda y Desarrollo Territorial, 2010).

Disponibilidad de agua

Es la cantidad y calidad de agua que se encuentra apta para satisfacer las necesidades humanas y ambientales en una región o cuenca hidrográfica determinada (Aguirre, 2011; Londoño, 2001; Ministerio de Ambiente Vivienda y Desarrollo Territorial, 2010; UNESCO, 2019).

Cuenca Hidrográfica

Para Gaspari et al. (2013), una cuenca hidrográfica es una región geográfica natural delimitada por divisorias topográficas, tales como montañas o colinas, que actúan como barreras que dirigen el flujo de agua. Esta área recoge todas las precipitaciones y las drena hacia un punto común, típicamente un río principal, arroyo, lago o mar (Gaspari et al., 2013). Además, las cuencas hidrográficas son sistemas complejos que incluyen múltiples subcuencas, cuerpos de agua y diferentes tipos de terreno, cada uno con características específicas que influyen en el comportamiento hidrológico y la gestión de los recursos hídricos (Aguirre, 2011).

Suministro de agua potable

Es el proceso de obtención, tratamiento, almacenamiento, distribución y entrega de agua segura, apta para el consumo humano, asegurando que cumpla con los estándares de calidad y seguridad establecidos para proteger la salud pública (OMS & UNICEF, 2017; UNESCO, 2019).

Costos por acceso a agua

Según la UNESCO (2019), este concepto corresponde a los gastos asociados con la obtención, tratamiento, distribución y mantenimiento del suministro de agua para diferentes usos, como el consumo doméstico, la agricultura, la industria, entre otros (Giraldo, 2008; Pinilla-Rodríguez & Torres-Sánchez, 2019; UNESCO, 2019).

Modelado y simulación

Los modelos son representaciones simplificadas y abstracciones de sistemas, procesos de fenómenos naturales o artificiales, que se utilizan para describir, analizar y predecir el comportamiento de estos sistemas o fenómenos, facilitando su comprensión, predicción y optimización (Portillo, 2019; Sinche, 2020; Zuluaga Duque, 2011). Por otra parte, la simulación es el uso de un modelo para imitar el comportamiento de un sistema real bajo diversas condiciones, donde es posible observar cómo se desempeña el sistema cuando se modifican diferentes variables o parámetros (Bojacá et al., 2017; Petit & Piera, 2004; Uribe-Gómez y Quintero-Ramírez, 2017).

Dinámica de sistemas

Para Sterman (2000), la dinámica de sistemas es una metodología que permite analizar la estructura, interacciones y comportamientos de sistemas complejos a lo largo del tiempo (Agudelo y López, 2018; Sterman, 2000). También utiliza modelos matemáticos para simular las relaciones de causa y efecto entre los componentes del sistema, proporcionando una visión clara de cómo las variables se interrelacionan y afectan mutuamente (García, 2023).

Diagrama causal (CLD)

Liévano y Villada (2013) plantean que un diagrama causal es una herramienta utilizada en la dinámica de sistemas para representar visualmente las relaciones de causa-efecto entre los distintos componentes de un sistema, este diagrama representa las variables clave del sistema y las conexiones entre ellas mediante flechas que indican la dirección de influencia. Asimismo, las conexiones pueden ser positivas, donde el aumento en una variable causa un aumento en otra, o negativas, donde un aumento en una variable causa una disminución en otra (Aracil, 1995; García, 2023; Portillo, 2019; Xiao-Jun et al., 2011). Además, los diagramas causales permiten identificar bucles

de retroalimentación, tanto positivos (que refuerzan un comportamiento) como negativos (que lo contrarrestan), proporcionando una visión clara de las dinámicas complejas que gobiernan el sistema (Aracil, 1995; García, 2023; J. Sterman, 2000).

Diagrama de Forrester

García (2023) indica que el diagrama de Forrester, desarrollado por Jay Forrester, también conocido como diagrama de flujo de sistemas, es una herramienta utilizada en la dinámica de sistemas para representar de manera detallada las relaciones y flujos dentro de un sistema complejo (García, 2023; Muñoz, 2020). De igual modo, se identifican y representan las variables de estado (*stocks*), las cuales representan los niveles acumulados de recursos o cantidades; los flujos (*flows*), que indican las tasas de cambio que afectan a estas variables; los convertidores y los nodos de información (Sterman, 2000), los cuales conectan y regulan las interacciones entre los flujos y las variables de estado, permitiendo capturar la complejidad y dinámica del sistema (Aracil, 1995; García, 2023; Sterman, 1994).

Herramientas para el modelado y simulación

Las herramientas para el modelado y simulación son programas y entornos de software especializados que permiten crear, analizar y experimentar con modelos de sistemas complejos. Además, estas herramientas facilitan la construcción de modelos matemáticos que representan las interacciones y dinámicas dentro de un sistema, permitiendo simular diferentes escenarios y evaluar sus impactos a lo largo del tiempo (García, 2023). Entre las herramientas más utilizadas en la dinámica de sistemas se encuentran Vensim, Stella, AnyLogic, Powersim, entre otras, cada una de las cuales ofrece funcionalidades para diseñar diagramas de flujo, diagramas causales y realizar simulaciones detalladas (Andrade et al., 2011; Huang et al., 2021; Libey et al., 2022; Portillo, 2019; Zuluaga, 2011).

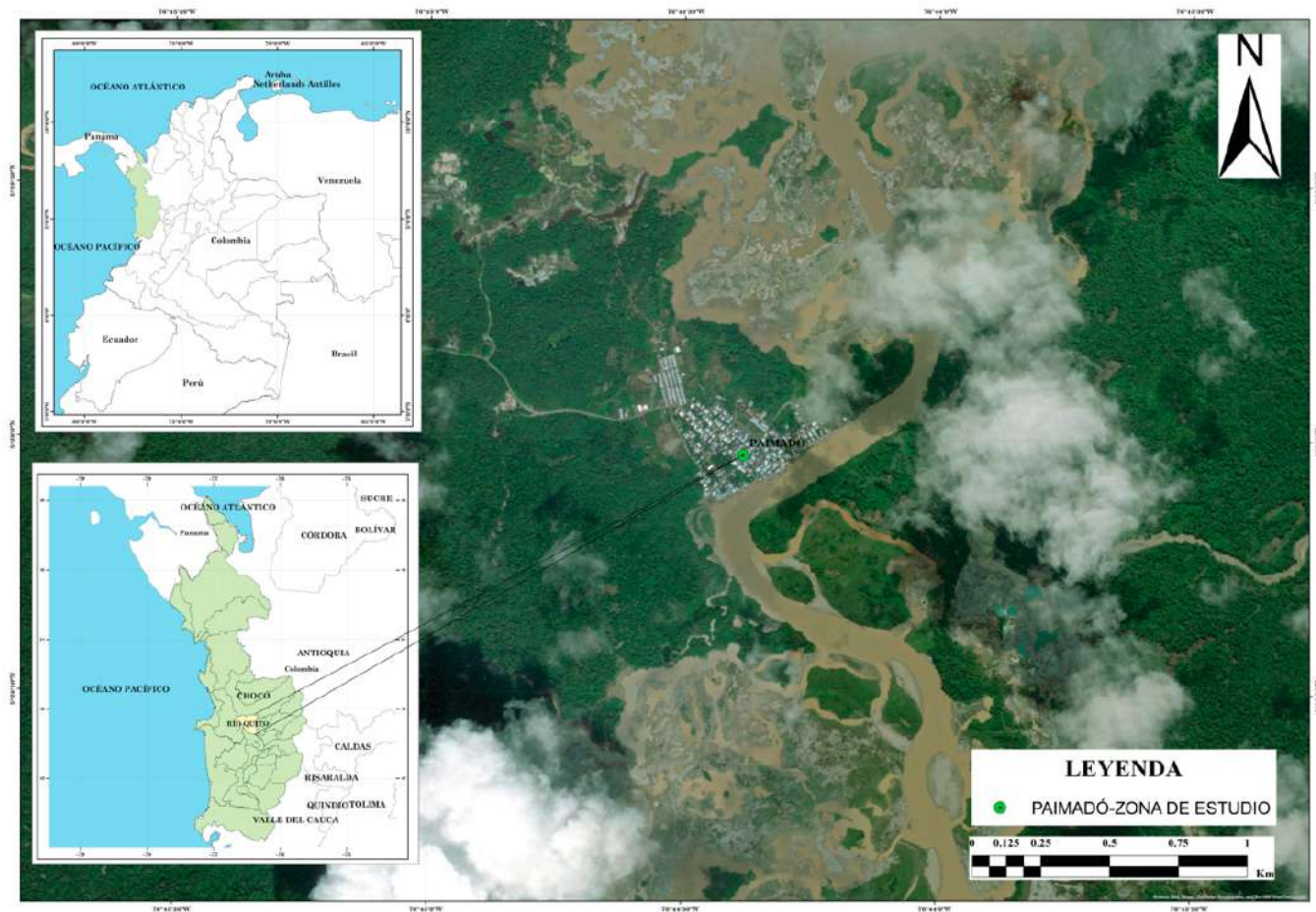
A su vez, estas proporcionan un entorno visual para la creación de modelos e incluyen capacidades avanzadas de análisis, como la identificación de bucles de retroalimentación, análisis de sensibilidad y optimización de políticas (Agudelo y López, 2018; Andrade et al., 2011; García, 2023; Petit y Piera, 2004).

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio y población

La investigación se realizó en Paimadó, cabecera municipal de Río Quito, Chocó, ubicado en el Pacífico colombiano (Figura 28). El centro poblado se localiza en la parte baja de la subcuenca del Río Quito, margen izquierda del río Atrato, a 45 m s. n. m., con coordenadas 5°25'00" N y 76°40'00" O. Este territorio limita al norte con Quibdó, al sur con Cantón del San Pablo y Certeguí, al este con Atrato (Yuto) y al oeste con Alto Baudó. El acceso es principalmente fluvial por el río Quito o por un tramo vial de 8,5 km que conecta con la carretera Unión Panamericana Las Ánimas–Nuquí. De acuerdo con TerriData (2024), Río Quito cuenta con 9.158 habitantes y Paimadó concentra 2.335 habitantes.

Figura 28. Ubicación geográfica de Paimadó–Río Quito, Chocó



Nota. Elaboración propia.

DISEÑO METODOLÓGICO

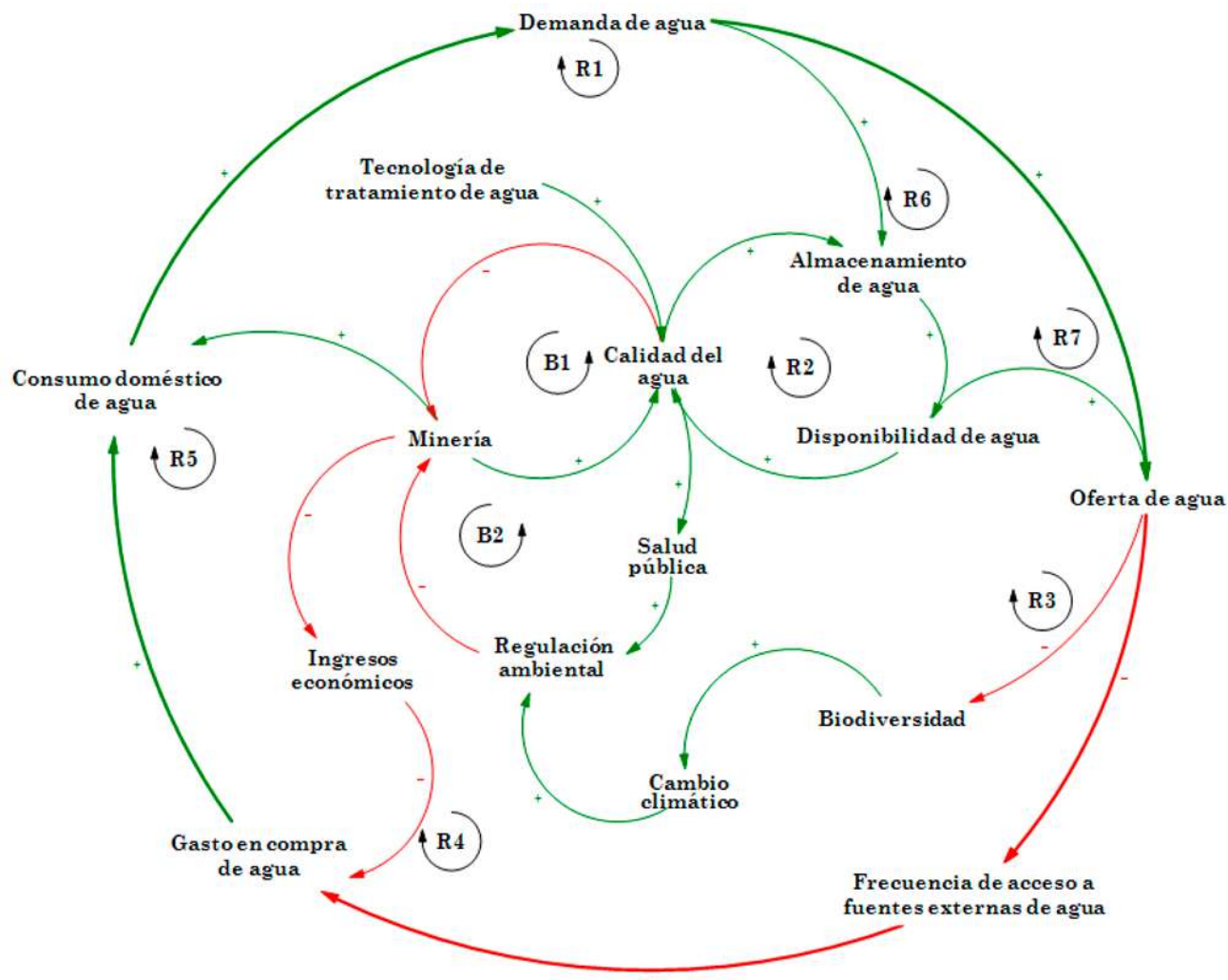
Se adoptó un enfoque cuantitativo aplicado, basado en la dinámica de sistemas. La estrategia se estructuró en cuatro fases, la primera de ellas fue la recopilación y exploración de información, para consolidar la base de datos del modelo. La segunda fase corresponde a la identificación de componentes, vínculos y relaciones causales; posteriormente, se desarrolló el modelo dinámico, representado mediante diagramas causales y de niveles-flujos. Finalmente, se dio la implementación y validación, a través de simulaciones de escenarios prospectivos. Este enfoque metodológico permite representar interacciones entre variables hídricas, sociales, económicas y ambientales a lo largo del tiempo (Aracil, 1995; Sterman, 2000).

Componentes y retroalimentación del sistema

La gestión hídrica en Paimadó está determinada por factores ambientales, sociales y económicos. El modelo identificó siete ciclos de refuerzo (R1–R7) y dos de balance (B1–B2), (ver Figura 29). Los ciclos de refuerzo explican cómo la demanda, la oferta, la minería, la biodiversidad y la calidad del agua pueden amplificar cambios en el sistema. Por ejemplo, R1 describe la relación entre demanda y oferta; R6 muestra cómo el almacenamiento regula la disponibilidad; R7 enfatiza la eficiencia en consumo doméstico. Otros ciclos (R2–R5) reflejan el vínculo entre calidad, biodiversidad, regulaciones ambientales y presión de la minería (Beltrán, 2023; Murillo y Vargas, 2015).

Por su parte, los ciclos de balance funcionan como mecanismos de autorregulación, en donde el B1 regula minería a través de la calidad del agua y tecnologías de tratamiento, mientras que el B2 conecta calidad, salud pública y regulación ambiental, estabilizando el sistema (Chu y Grafton, 2021; Forero-Buitrago et al., 2021; Marykutty et al., 2022).

Figura 29. Representación de la hipótesis dinámica para la gestión del agua en Paimadó–Río Quito



Nota. Elaboración propia.

Modelación del sistema

El modelo se formuló con ecuaciones diferenciales basadas en la metodología de Forrester (Aracil, 1995; Sterman, 2000). El modelo de Forrester se representa matemáticamente mediante la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = F(x(t), t; \mu) \quad (1)$$

Donde dx/dt representa la variación de una magnitud en relación con el tiempo de la magnitud F, x , variable dependiente, t , variable independiente del tiempo y μ , parámetros que definen el sistema. Desde la perspectiva de transferencias y estados, esta relación se expresa en la ecuación 2, (Guemouria et al., 2023).

$$\frac{d(Nivel)}{dt} = Flujo\ de\ entrada(t) - Flujo\ de\ salida(t) \quad (2)$$

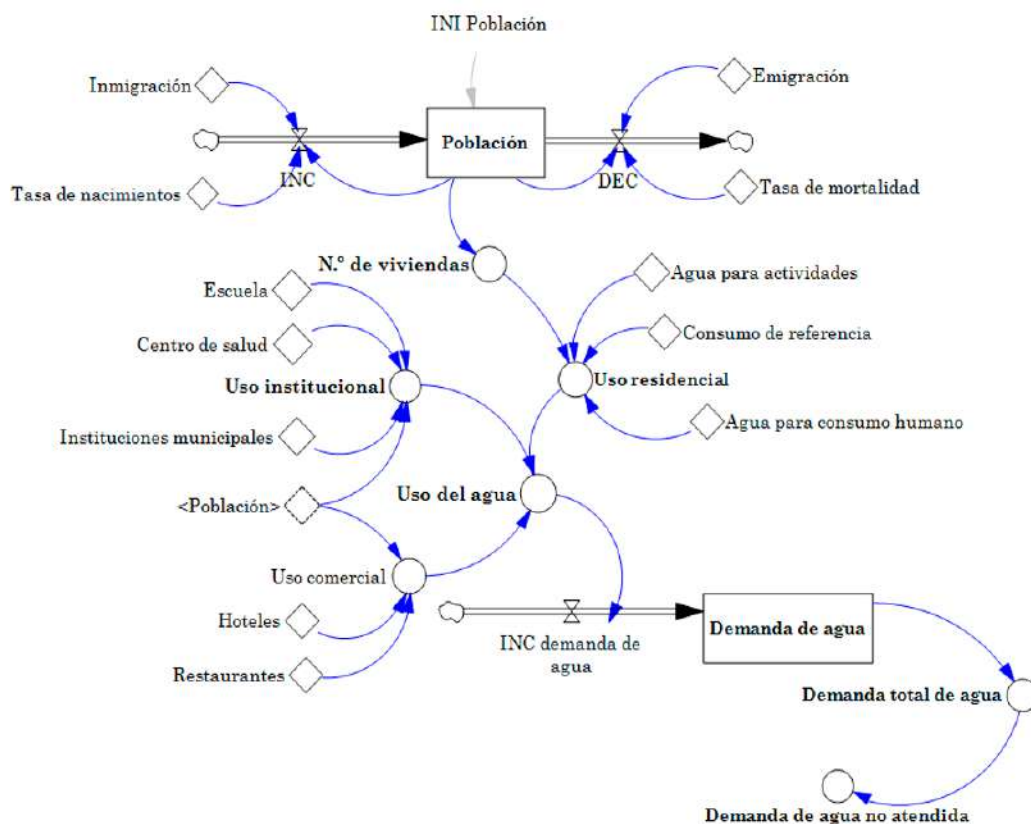
La Figura 30 y Figura 31 muestran el esquema de niveles y flujos, basado en la metodología de Forrester, el cual representa las dinámicas de población, demanda y oferta de agua en Paimadó, Río Quito. Los modelos se desarrollaron en Vensim PLE, reflejando las interacciones entre variables principales, auxiliares y constantes del sistema, destacando los factores que influyen en la dinámica regional. Las constantes del modelo se estimaron con datos reales del área de estudio y normativas vigentes, en este sentido, la Tabla 8 muestra algunos valores iniciales de las variables en la condición base.

Asimismo, se estructuraron cuatro módulos principales:

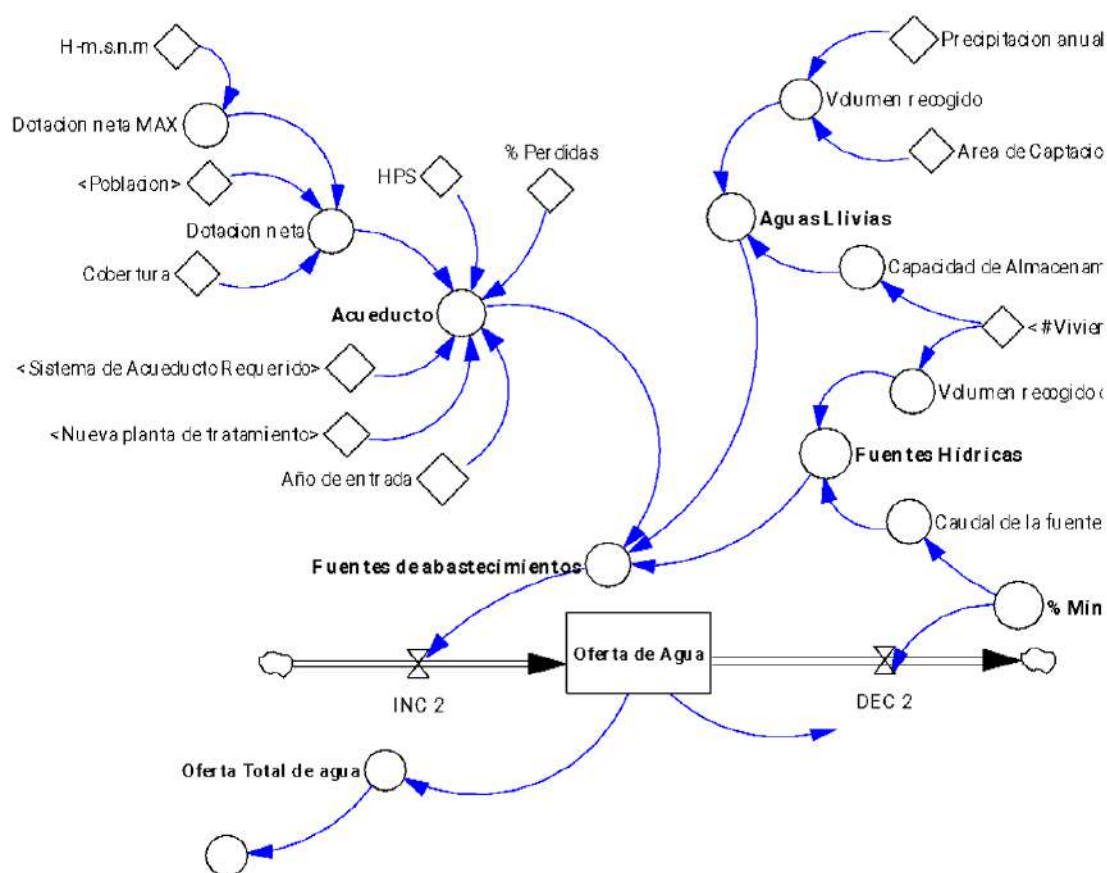
- **Población y demanda.** Considera tasas demográficas y consumos diferenciados (residencial, institucional y comercial).
- **Oferta de agua.** Incluye lluvia, fuentes hídricas y acueducto, afectado por pérdidas y presión minera.
- **Módulo económico.** Estima el porcentaje de gasto familiar en agua, en función de ingresos, costos de transporte y tiempo invertido.
- **Acueducto requerido.** Incorpora dotación neta, eficiencia del sistema, horas de servicio (HPS) y caudales de captación.

Figura 30. Diagrama de niveles y flujos del sistema de agua, basado en la metodología de Forrester

a. Módulo de población y demanda de agua



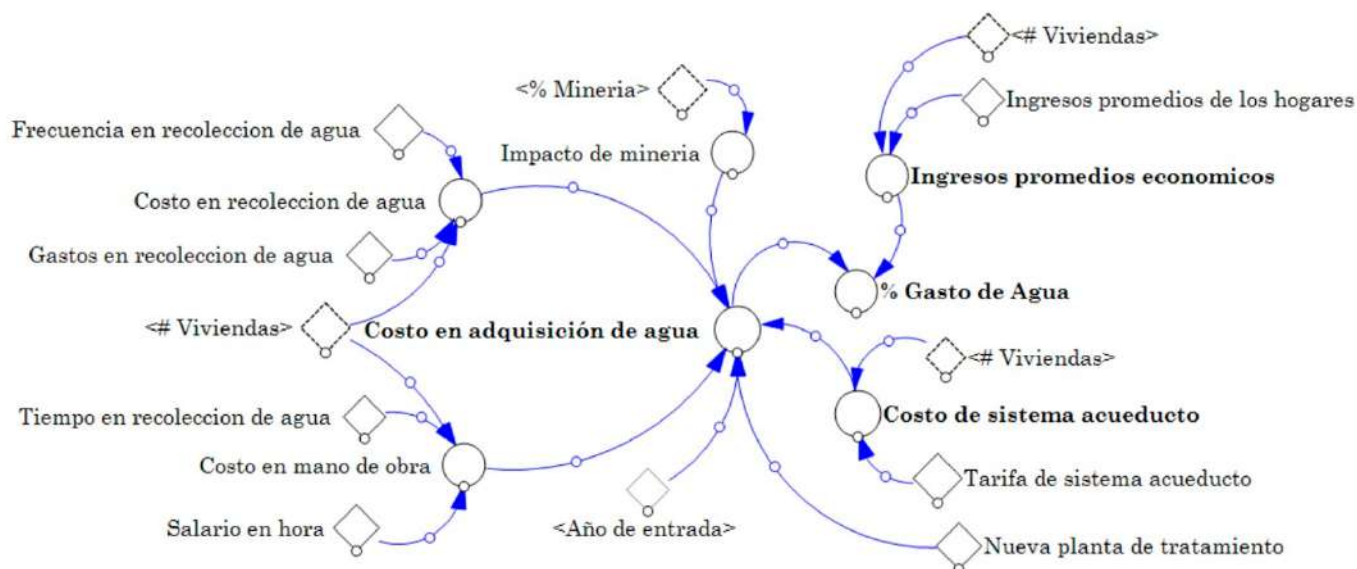
b. Módulo de oferta de agua.



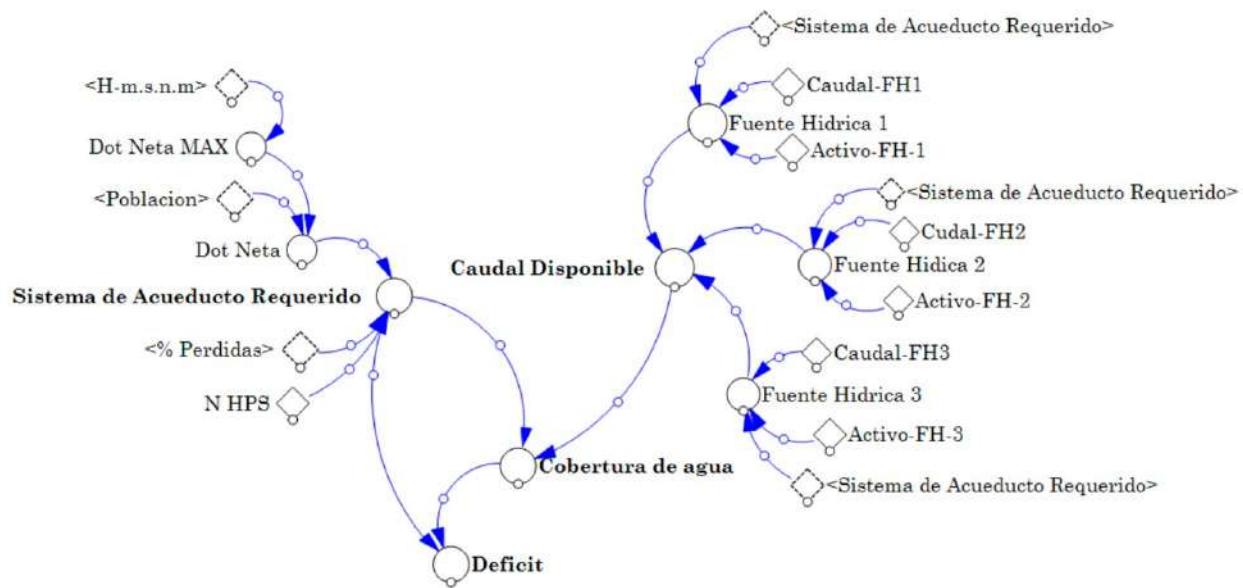
Nota. Elaboración propia.

Figura 31. Diagrama de flujos y niveles de Forrester: módulo económico y sistema de acueducto requerido

a. Módulo económico



b. Módulo de sistema de acueducto requerido



Nota. Elaboración propia.

Tabla 8. Parámetros iniciales del modelo de gestión del agua en Paimadó

Cabecera municipal Paimadó-Río Quito		
Parámetros	Valor y unidad	Fuentes
Altura sobre el nivel del mar	2335 (habitantes)	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Tasa de natalidad	2.0 % - 2.5 %	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Tasa de mortalidad	0.6 % - 0.7 %	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Tasa de inmigración	0.50 %	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Tasa de emigración	1.50 %	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Uso residencial	100 -200 (L/persona/día)	(Resolución 0330 de 2017, 2017)
Centros de salud	50 - 100 (L/paciente/día)	(Resolución 0330 de 2017, 2017)
Escuelas	15 - 50 (L/estudiante/día)	(Resolución 0330 de 2017, 2017)
Restaurantes y hoteles	20 - 50 (L/cliente/día)	(Resolución 0330 de 2017, 2017)
Precipitación anual	7073 (mm)	(IDEAM, 2024)
Altura sobre el nivel del mar	55 (M.S.N.M)	(Alcaldía Municipal de Río Quito, 2020)
Área de captación	265263 (m2)	Software AutoCAD
HPS	0-24 (Horas)	Encuesta aplicada

Nota. Elaboración propia.

Validación del modelo

La validación del modelo desarrollado para la presente investigación combinó tres enfoques:

- Estructural, verificando la coherencia del modelo con la realidad local.
- De comportamiento, contrastando salidas simuladas con datos empíricos.
- Participativa, mediante retroalimentación de actores comunitarios, expertos en gestión hídrica y académicos.

Escenarios prospectivos

Para la proyección de la propuesta a lo largo del tiempo, se definió un horizonte de 16 años (2024–2040) con tres escenarios prospectivos:

- Optimista: demanda +25%, minería reducida al 15%, planta de tratamiento en 2028 y cobertura del 100% con 8 h/día de servicio.
- Moderado: demanda +10%, minería al 30%, planta en 2035 y cobertura parcial con 4 h/día.
- Pesimista: sin aumento de demanda, minería al 65 %, sin nuevas tecnologías y cobertura del 83,6 % con 3 h/día.

Estos escenarios permiten evaluar los efectos de dinámicas socioeconómicas y ambientales sobre la sostenibilidad hídrica, identificando medidas prioritarias para mejorar el acceso al agua potable en Paimadó.

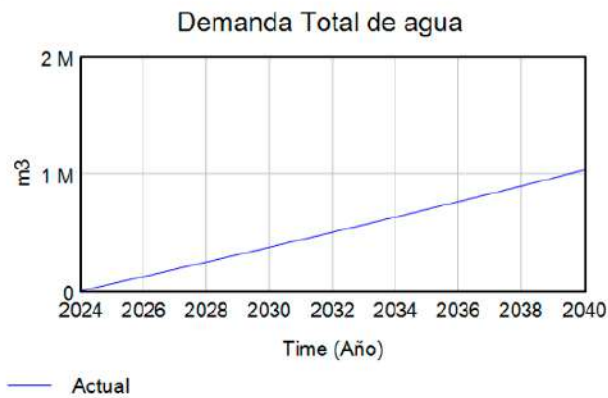
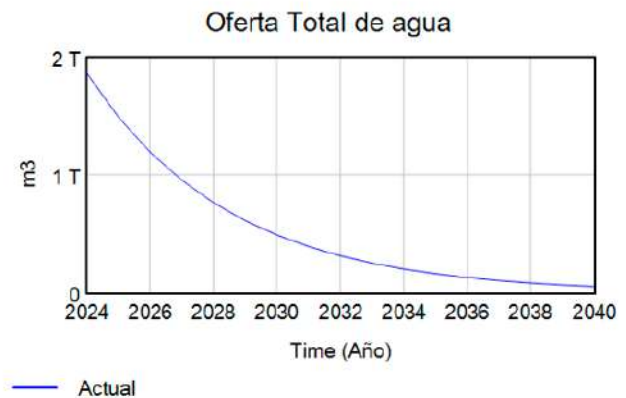
HALLAZGOS O RESULTADOS

La aplicación de la dinámica de sistemas permitió modelar e interpretar las relaciones entre la oferta y demanda de agua potable y las variables socioeconómicas que condicionan el acceso al recurso en Paimadó. La simulación base (2024–2040) proyecta un crecimiento sostenido de la demanda, que pasa de 60,965 m³/año en 2025 a 1,031,690 m³/año en 2040 (Figura 32a), impulsado por el aumento poblacional y mayores necesidades hídricas. Este comportamiento coincide con estudios en contextos rurales donde el crecimiento demográfico y la infraestructura deficiente intensifican la presión sobre los sistemas de abastecimiento (Carrillo-Rodríguez y Toca, 2020; Zuluaga, 2011).

Estos resultados resaltan la importancia de estrategias sostenibles que garanticen acceso en el mediano y largo plazo. Nazarialamdarloo et al. (2020) evidencian que la educación comunitaria en ahorro de agua puede reducir hasta un 60% el consumo doméstico, mostrando que los hábitos de uso son tan cruciales como ampliar la oferta (Nazarialamdarloo et al., 2020).

La oferta de agua disminuye drásticamente en el mismo periodo, de 1,493,360 millones de m³/año a 52,544 millones (Figura 32b). Esta caída responde al impacto de la minería sobre la calidad y disponibilidad del recurso, como lo documentan Murillo y Vargas (2015) en la cuenca del río Quito. Aunque en el corto plazo no se evidencian déficits, dado que la oferta supera la demanda (Figura 32a–32d), gran parte del recurso no es apto para consumo humano por limitaciones en tratamiento y distribución. Esta paradoja, también observada en otros contextos rurales (Abraham et al., 2022), refuerza la necesidad de optimizar el uso de la oferta disponible mediante mejores sistemas de almacenamiento y potabilización.

Figura 32. Simulación base

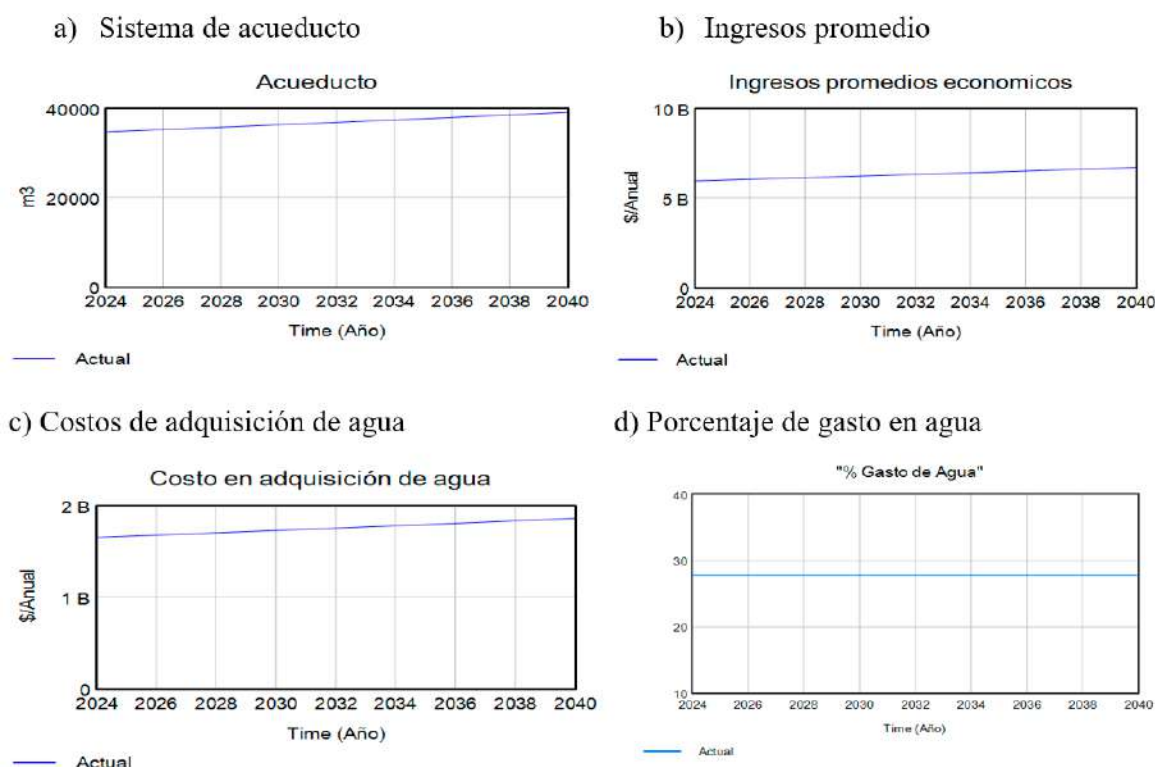
a) Demanda de agua**b) Oferta de agua****c) Demanda de agua-oferta de agua****d) Demanda por atender**

Nota. Elaboración propia.

En el acueducto local (Figura 33a), los resultados indican que actualmente suministra unos 39,111 m³/año, alcanzando cobertura del 83.6% de la población con un servicio intermitente de apenas 3 horas diarias. Aunque esta cobertura parece significativa, la comunidad manifiesta inconformidad por la mala calidad y baja presión, lo que obliga a usar fuentes alternas (pozos, ríos, compra de agua), incrementando costos y riesgos. En contextos similares, se han reportado costos de adquisición superiores al 30% del ingreso familiar (Carrillo-Rodríguez y Toca, 2020). En Paimadó, el modelo estima que en 2024 los hogares destinan en promedio 27.76% de sus ingresos a obtener agua (Figura 33d), incluyendo gastos directos (compra o acarreo) y el costo de oportunidad del tiempo de recolección.

Los ingresos familiares totales crecen de \$5,954 millones COP en 2024 a \$6,702 millones COP en 2040 (Figura 33b), mientras los costos de adquisición aumentan de \$1,653 a \$1,860 millones COP (Figura 33c). Aunque los ingresos crecen más rápido que los costos, el porcentaje del gasto en agua sigue siendo alto, lo que limita la equidad social. Este resultado concuerda con Adeniran (2014), quien halló que la mejora en sistemas de tratamiento y distribución reduce significativamente los costos unitarios en comunidades rurales. Invertir en infraestructura no solo amplía cobertura, también disminuye la carga económica sobre los hogares.

Figura 33. Simulación base



Nota. Elaboración propia.

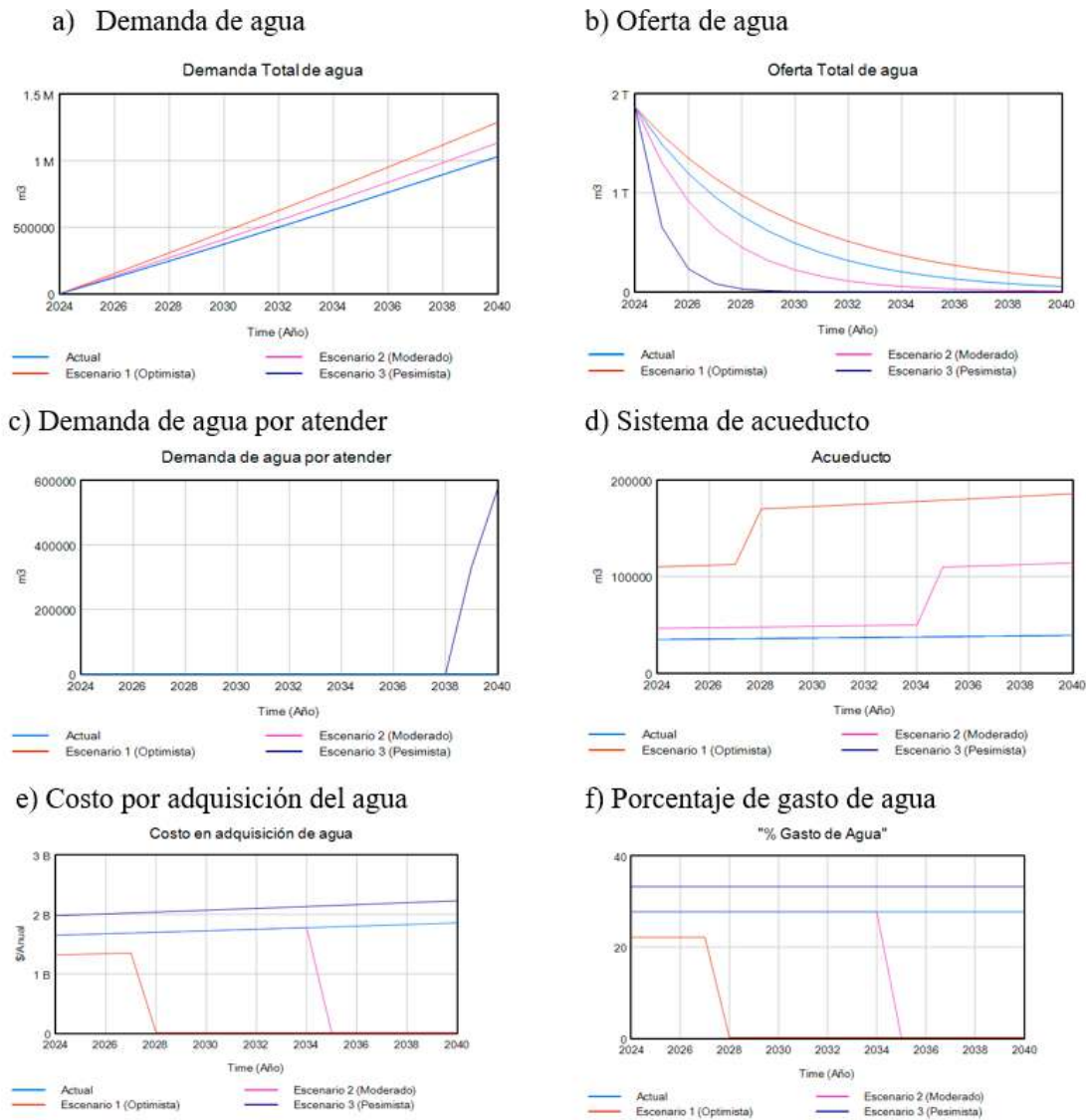
La Figura 34 resume los tres escenarios: optimista, moderado y pesimista. En el optimista, con control riguroso de minería y una planta de tratamiento en 2028, la oferta se mantiene estable hasta 138,607 millones de m³/año en 2040 (Figura 34b), suficiente para cubrir la demanda proyectada (Figura 34a). La demanda por atender se mantiene en cero (Figura 34c) y el porcentaje de ingreso destinado al agua baja al 0.18% (Figura 34f). Forero-Buitrago et al. (2021) mostraron en Colombia que la reingeniería del sistema de abastecimiento puede reducir costos energéticos y mejorar suministro (Forero-Buitrago et al., 2021). Abraham et al. (2022) confirmaron que optimizar almacenamiento permite cubrir hasta el 100% de la demanda (Abraham et al., 2022). Este escenario evidencia que, con regulación ambiental e infraestructura adecuada, el recurso puede ser suficiente y accesible para toda la comunidad.

En el moderado, con control parcial de minería y planta en 2035, la oferta se mantiene suficiente durante buena parte del periodo, pero en 2040 cae a 6,204 millones de m³, reduciendo el margen de seguridad (Figura 34b y 34c). Aunque aún supera la demanda, la tendencia muestra estrés del sistema, algunos estudios advierten que cuando la provisión cae por debajo del 40% de la demanda, los sistemas colapsan (Milano et al., 2013; Xiao-Jun et al., 2011). Autores como Huincho-Lapa et al. (2022) sugieren usar índices de escasez como alertas tempranas, por lo que social y económicamente el gasto en agua también se reduce al 0.18% del ingreso (Figura 34d y 34f), pero persisten riesgos de inequidad y vulnerabilidad.

En el pesimista, sin nuevas intervenciones y con minería en aumento, la oferta cae a 457,600 m³/año en 2040, generando un déficit de 574,000 m³ (Figura 34a–34c). En este escenario, el 55% de la demanda queda insatisfecha, confirmando un estado de escasez extrema. Wahyu Sardjono et al. (2020) advirtieron que la falta de control de bucles de retroalimentación lleva a crisis de agua severas, lo que en Paimadó se debe a que la minería intensa degrada las fuentes y obliga a usar agua de baja calidad, profundizando la crisis.

Las consecuencias socioeconómicas serían graves en caso de que la cobertura se mantenga en 83.6% y el servicio limitado, debido a que muchos hogares dependen de soluciones precarias. El modelo proyecta que en 2040 los hogares destinarán 33.31% de sus ingresos al agua (Figura 34e y 34f), un nivel muy por encima del límite de asequibilidad. Esto incluye costos directos e indirectos (compra de agua, gastos médicos). Chu y Grafton (2021) resaltan la importancia de internalizar los costos de oportunidad y riesgo en la gestión del agua.

Figura 34. Simulación de escenarios de prueba de comportamiento de las variables del modelo (2024–2040)



Nota. Elaboración propia.

LIMITACIONES Y ALCANCES

El modelo presenta limitaciones propias de la dinámica de sistemas, en donde la calidad y disponibilidad de datos locales puede contener incertidumbres, especialmente sobre minería y consumo. Además, las simulaciones incluyen supuestos simplificados que no capturan toda la complejidad futura. El horizonte temporal (2024–2040) permite evaluar tendencias, pero estudios futuros podrían ampliarlo para incluir eventos extremos o cambios climáticos.

Pese a ello, los resultados son una base sólida para orientar decisiones estratégicas: regulación temprana de la minería, inversión en infraestructura de potabilización y distribución, y políticas que reduzcan costos para los hogares. El contraste de escenarios subraya que las decisiones actuales definirán la seguridad hídrica futura y la calidad de vida en Paimadó. Además, la metodología puede aplicarse a otras comunidades rurales con problemáticas similares.

CONCLUSIONES

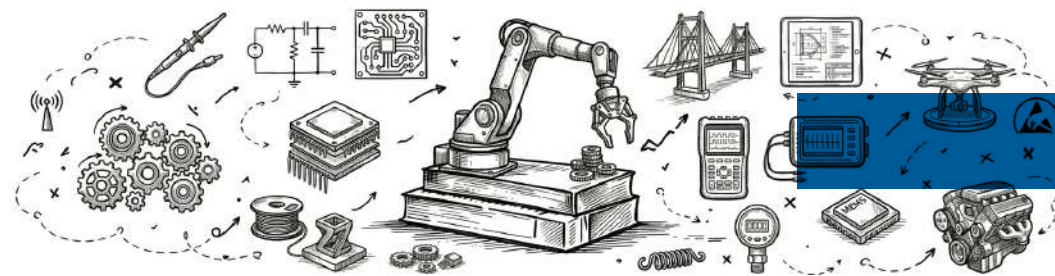
Mediante la simulación de diferentes escenarios se identificaron los factores clave que afectan la disponibilidad y el consumo de agua potable en Paimadó, así como las consecuencias socioeconómicas vinculadas a su acceso. En este contexto, los resultados del modelo proyectan un incremento sostenido de la demanda de agua desde 60,965 m³/año en 2025 hasta 1,031,690 m³/año en 2040, en consonancia con el crecimiento poblacional. En paralelo, la oferta hídrica disminuiría de manera considerable, pasando de 1,493,360,000,000 a 52,544,100,000 m³/año, debido principalmente a los efectos negativos de la minería en la comunidad. Estas tendencias señalan un riesgo inminente de desequilibrio entre la disponibilidad del recurso y las necesidades de los hogares a mediano plazo.

El análisis del actual sistema de acueducto mostró limitaciones significativas, en las que pese a que suministra alrededor de 39,111 m³/año y atiende al 83.6% de la población, solo ofrece un servicio intermitente de tres horas diarias, lo que es insuficiente para garantizar un acceso constante y equitativo. Esta carencia obliga a los hogares a recurrir a fuentes alternativas, incrementando el gasto promedio en agua potable al 27.76% de los ingresos familiares. A pesar de que los ingresos de los hogares tienden a crecer en el periodo analizado, el costo del agua sigue representando una carga excesiva, lo que evidencia inequidades en la accesibilidad al recurso.

La simulación de escenarios futuros destacó la importancia de intervenciones oportunas en la gestión del agua de la zona. En el escenario optimista, que contempla una estricta normativa ambiental y la puesta en marcha temprana de una planta de tratamiento, la oferta de agua se mantendría en torno a 138,607,000,000 m³/año en 2040, sin déficits, y el gasto de los hogares se reduciría a un valor mínimo cercano al 0.18 % de sus ingresos. En contraste, el escenario moderado evidenció que, aunque la oferta cubre la demanda durante buena parte del periodo, hacia 2040 descendería a 6,204,530,000 m³/año, reduciendo de forma notable el margen de seguridad y mostrando que son necesarias acciones adicionales. Finalmente, el escenario pesimista proyectó un déficit de 574,084 m³/año, con un 55 % de la demanda insatisfecha y un gasto familiar que alcanzaría el 33.31 % de los ingresos, situación que resultaría insostenible tanto social como económicamente.

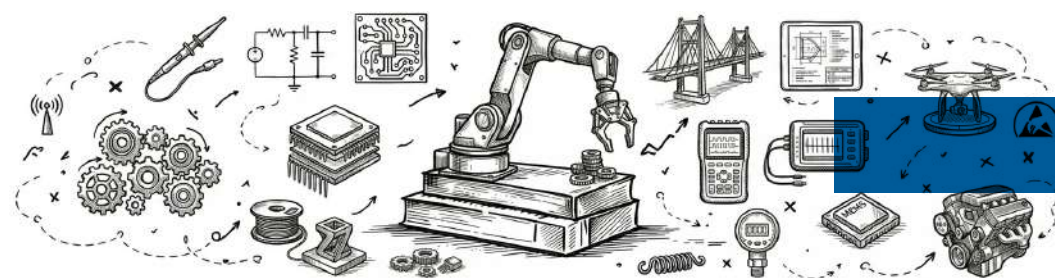
En relación con el objetivo general, el estudio logró diseñar y validar un modelo de simulación que representa de manera fiel la dinámica hídrica de Paimadó, anticipando posibles trayectorias del sistema en diferentes condiciones. Respecto a los objetivos específicos, se cumplió con la caracterización de la situación actual incluyendo oferta, demanda, costos y cobertura del acueducto; se construyó un modelo dinámico con ciclos de refuerzo y balance que permitió analizar la interacción entre variables sociales, económicas y ambientales; finalmente, se evaluaron escenarios prospectivos que confirmaron la utilidad de la dinámica de sistemas para orientar decisiones en materia de gestión hídrica.

En definitiva, los hallazgos de esta investigación evidencian la necesidad de estrategias integrales de gestión del agua que articulen regulación ambiental, inversión en infraestructura y optimización de la distribución, con el fin de equilibrar oferta y demanda a largo plazo; además, la dinámica de sistemas se demostró como una herramienta idónea para prever los efectos de distintas políticas y señalar puntos críticos de intervención. Los resultados obtenidos pueden servir como referencia tanto para investigaciones futuras como para el diseño de planes de manejo hídrico en comunidades rurales con condiciones similares, aportando a la construcción de soluciones sostenibles y equitativas en el acceso al agua potable.



REFERENCIAS

- Abraham, M., Venugopal, K., Arunkumar, R., & Pramada, S. K. (2022). Simulation of chain of tanks to augment water supply: A case study from Tamil Nadu. *Aqua Water Infrastructure, Ecosystems and Society*, 71(9), 975–991. <https://doi.org/10.2166/aqua.2022.038>
- Adeniran, A. E. (2014). Application of system dynamics model in the determination of the unit cost of production of drinking water. *International Journal of Water Resources and Environmental Engineering*, 6(6), 183–192. <https://doi.org/10.5897/IJWREE2013.0479>
- Agudelo Serna, D. A., & López Rivera, Y. M. (2018). Dinámica de sistemas en la gestión de inventarios. *Ingenierías USBMed*, 9(1), 75–85. <https://doi.org/10.21500/20275846.3305>
- Aguirre, M. (2011). La cuenca hidrográfica en la gestión integrada de los recursos hídricos. *Revista Virtual Redesma*, 5(1). http://revistasbolivianas.umsa.bo/scielo.php?pid=S1995-10782011000100003&script=sci_arttext&lng=en
- Alcaldía Municipal de Río Quito. (2020). Plan de desarrollo municipal “Seguimos marcando la diferencia, Río Quito avanza 2020–2023”. <https://www.rioquito-choco.gov.co/normatividad/plan-de-desarrollo-municipal-20202023>
- Andrade Sosa, H., Lince Mercado, E., Cuadrado, A., & Quintero, A. (2011). Evolución: Herramienta software para modelado y simulación con dinámica de sistemas. *Revista de Dinámica de Sistemas*, 4, 1–27. https://www.researchgate.net/publication/305503842_Evolucion_herramienta_software_para_modelado_y_simulacion_con_Dinamica_de_Sistemas
- Aracil, J. (1995). *Dinámica de sistemas*. https://www.academia.edu/8563256/Din%C3%A1mica_de_sistemas_Javier_Aracil
- Aracil, J., & Gordillo, F. (1997). *Dinámica de sistemas*. Alianza Editorial.
- Becerra-Perenguez, D. Y., Acosta-Astaiza, C. P., & Leyton-Luna, J. (2024). Gestión del recurso hídrico en la ruralidad, mediante estrategias de fortalecimiento comunitario. *Entramado*, 20(1), 1–16. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.1.10054>
- Beltrán Castañeda, S. (2023). *Niveles de metales pesados en suelos, sedimentos y peces en el Río Quito, Chocó* [Tesis de pregrado, Universidad de los Andes]. <http://hdl.handle.net/1992/67911>

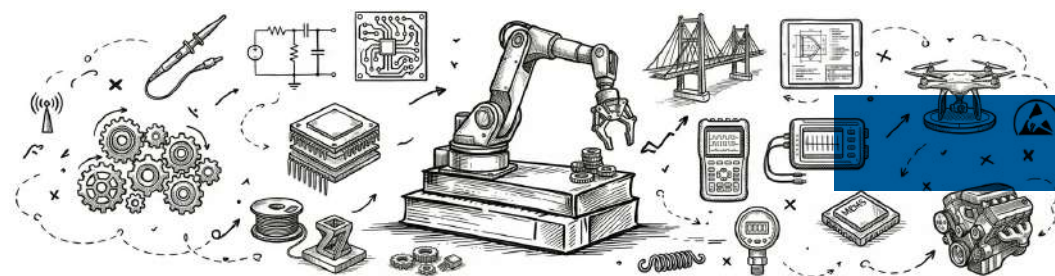


REFERENCIAS

- Bojacá Aldana, C. R., Díaz Guevara, D. C., Cala Vitery, F., Gutiérrez Bonilla, F. de P., Villalobos Camargo, G., Riascos Ochoa, J., Burgos Bedout, J., & Gil Castañeda, R. (2017). Modelado y simulación de sistemas naturales. Editorial Utadeo. https://www.utadeo.edu.co/sites/tadeo/files/node/publication/field_attached_file/pdf-modelado_y_simulacion_completo_fisico.pdf
- Bolaños-Alfaro, J. D., & Solano Muñoz, E. (2017). Gestor integral del recurso hídrico, un experto necesario ante la vulnerabilidad socio-natural. *Ingeniería Solidaria*, 18(38). <https://doi.org/10.15517/isucr.v18i38>
- Carrillo-Rodríguez, J., & Toca Torres, C. E. (2020). *Hacia un modelo de gestión sostenible del agua en el estado de Tabasco México*. SSRN. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3733727
- Chu, L., & Grafton, R. Q. (2021). Dynamic water pricing and the risk adjusted user cost (RAUC). *Water Resources and Economics*, 35. <https://doi.org/10.1016/j.wre.2021.100181>
- Fernández-Vargas, G. (2020). La gobernanza del agua como marco integrador para el cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible en Latinoamérica. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, 23(2). <https://doi.org/10.31910/rudca.v23.n2.2020.1561>
- Forero-Buitrago, G. A., Guerrero, C. D., & Herrera-Rodríguez, D. (2021). Hidrología e hidráulica computacional aplicada al suministro de agua lluvia de la vereda El Tunal en Paipa, Boyacá, Colombia. *Ingeniería y Competitividad*, 23(2), e2019502. <https://doi.org/10.25100/iyc.v23i2.9502>
- García, J. M. (2023). *Teoría y ejercicios prácticos de dinámica de sistemas: Dinámica de sistemas con VENSIM PLE*. Juan Martín García.
- Gaspari, F. J., Rodríguez, A. M., Senisterra, G. E., Delgado, M., & Besteiro, S. I. (2013). *Elementos metodológicos para el manejo de cuencas hidrográficas*. Editorial de la Universidad Nacional de La Plata.
- Giraldo, N. (2008). Agua para consumo doméstico en Colombia: Costos y regulación tarifaria. *Gestión y Ambiente*, 11(1). <https://www.redalyc.org/pdf/1694/169414452006.pdf>
- Guemouria, A., Chehbouni, A., Belaqqiz, S., Epule, T. E., Ait Brahim, Y., El Khalki, E. M., Dhiba, D., & Bouchaou, L. (2023). System dynamics approach for water resources management: A case study from the Souss-Massa Basin. *Water*, 15(8), 1506. <https://doi.org/10.3390/w15081506>

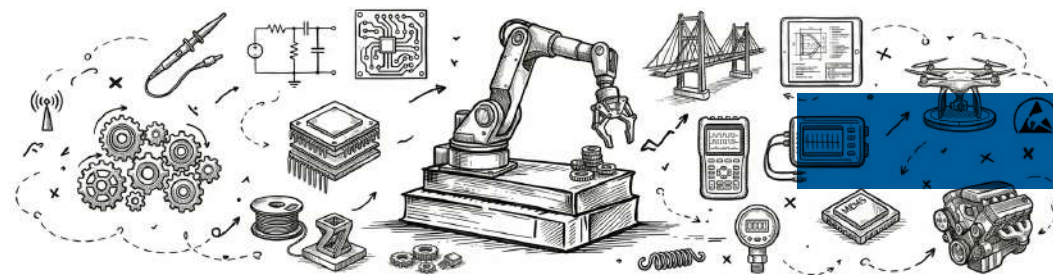
REFERI

- 108



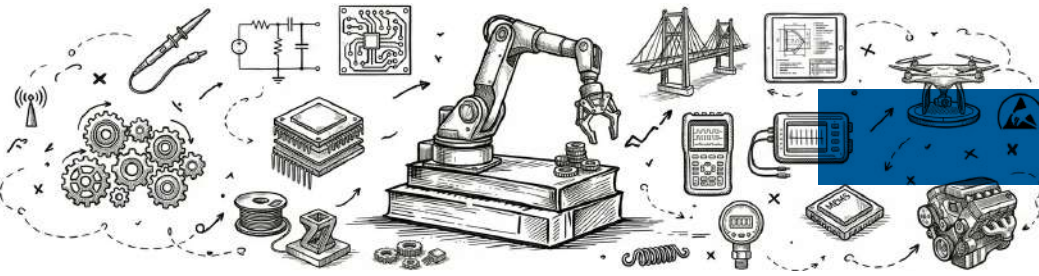
REFERENCIAS

- Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial. (2010). *Política nacional para la gestión integral del recurso hídrico*. Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial. <https://archivo.minambiente.gov.co/index.php/gestion-integral-del-recurso-hidrico/direccion-integral-de-recurso-hidrico/politica-nacional-para-la-gestion-integral-del-recurso-hidrico>
- Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio. (2024). *Informe nacional de monitoreo: Sistema General de Participaciones Agua Potable y Saneamiento Básico*. <https://minvivienda.gov.co/viceministerio-de-agua-y-saneamiento-basico/gestion-institucional/monitoreo-los-recursos-del-sgp-apsb>
- Moreno Méndez, J. O. (2020). Los retos del acceso a agua potable y saneamiento básico de las zonas rurales en Colombia. *Revista de Ingeniería*, 49, 28–37. <https://doi.org/10.16924/revinge.49.5>
- Muñoz, R. (2020). *Modeling and design by Forrester's system dynamics of the hemodialysis process control system* [Tesis doctoral, Universidad de Málaga]. <https://riuma.uma.es/xmlui/handle/10630/20358>
- Murillo Hinestroza, Y., & Vargas Porras, L. (2015). Influencia de la minería en las características fisicoquímicas en la parte media y baja del Río Quito, Chocó, Colombia. *Revista Bioetnia*, 12(1), 41–51. <https://doi.org/10.51641/bioetnia.v12i1.157>
- Nazarialamdarloo, T., Jamali, H. A., Nazari, B., Emamjomeh, M. M., & Karyab, H. (2020). A system dynamics approach for water resources management with focusing on domestic water demand. *Environmental Health Engineering and Management*, 7(4), 229–235. <http://ehemj.com/article-1-685-en.html>
- OMS & UNICEF. (2017). *Agua potable gestionada de forma segura*. <http://apps.who.int/bookorders/>
- ONU. (2023). *Informe de los Objetivos de Desarrollo Sostenible 2023: Edición especial*. <https://unstats.un.org/sdgs>
- Petit, A. G., & Piera, M. À. (2004). *Modelado y simulación: Aplicación a procesos logísticos de fabricación y servicios*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Phan, T. D., Bertone, E., & Stewart, R. A. (2021). Critical review of system dynamics modelling applications for water resources planning and management. *Cleaner Environmental Systems*, 2. <https://doi.org/10.1016/j.cesys.2021.100031>



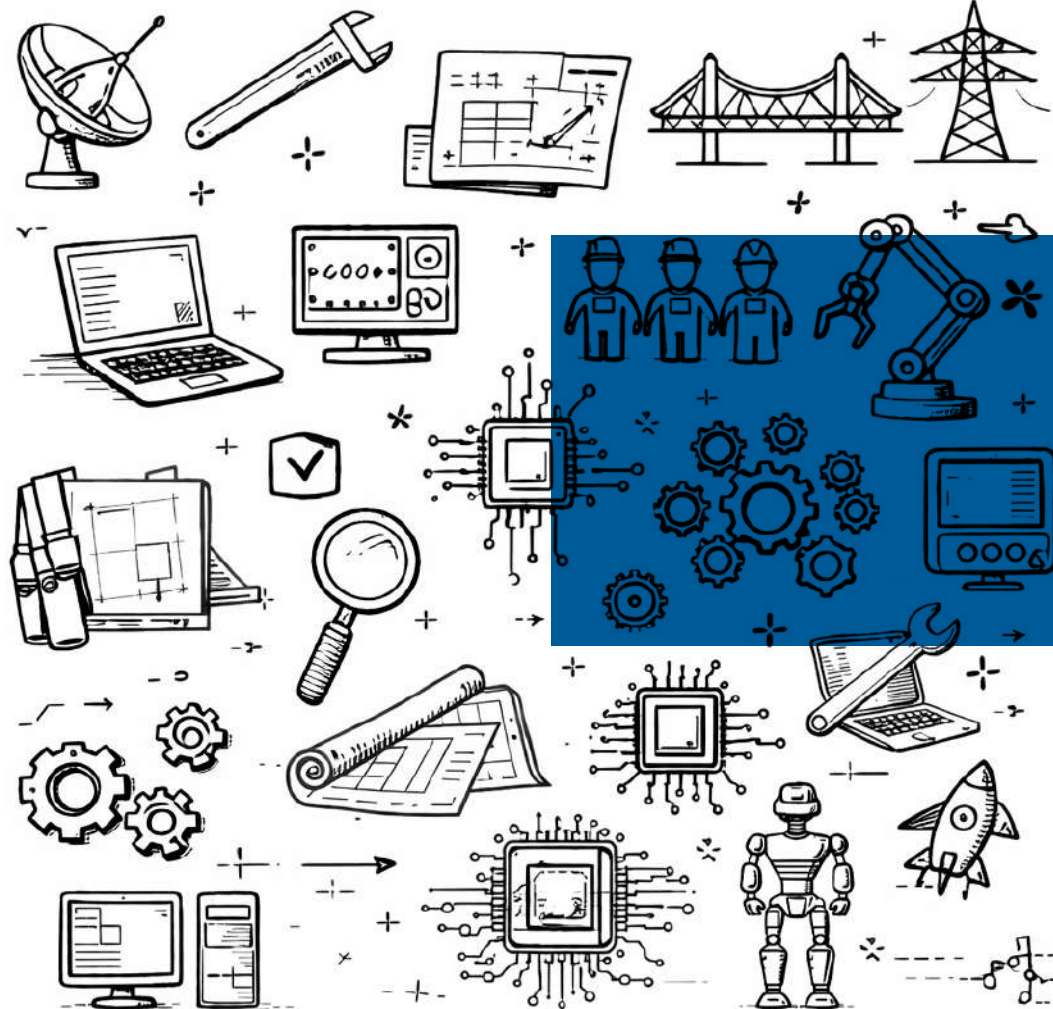
REFERENCIAS

- Pinilla-Rodríguez, D. E., & Torres-Sánchez, Y. A. (2019). Public social expenditure, access to drinking water and sanitation for rural populations in Latin America. *Problemas del Desarrollo*, 50(196), 55–81. <https://doi.org/10.22201/iiiec.20078951e.2019.196.63499>
- Portillo, J. (2019). *Modelo de simulación para predecir el abastecimiento de agua potable en la ciudad de Andahuaylas, al 2050* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga]. <http://repositorio.unsch.edu.pe/handle/UNSCH/4882>
- Resolución 0330 de 2017. (2017). Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio, Colombia. <https://www.minvivienda.gov.co/viceministerio-de-agua-y-saneamiento-basico-reglamento-tecnico-sector-reglamento-tecnico-del-sector-de-agua-potable-y-saneamiento-basico-ras>
- Sinche, F. (2020). *Modelo dinámico para la determinación de estrategias en el manejo sostenible del agua en el distrito de Daniel Hernández de la Región Huancavelica* [Tesis de maestría, Universidad Nacional del Centro del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12894/6499>
- Sterman, J. D. (1994). Learning in and about complex systems. *System Dynamics Review*, 10(2–3), 291–330. <https://doi.org/10.1002/sdr.4260100214>
- Sterman, J. D. (2000). *Business dynamics: Systems thinking and modeling for a complex world*. Irwin/McGraw-Hill.
- Tian, Y., Li, C., Yi, Y., Wang, X., & Shu, A. (2020). Dynamic model of a sustainable water resources utilization system with coupled water quality and quantity in Tianjin City. *Sustainability*, 12(10), 4254. <https://doi.org/10.3390/su12104254>
- UNESCO. (2019). *Informe mundial de las Naciones Unidas sobre el desarrollo de los recursos hídricos 2019: No dejar a nadie atrás*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000367304>
- Uribe-Gómez, J. A., & Quintero-Ramírez, S. (2017). Application of simulation models based on the theory of constraints in production environments. *Revista CEA*, 3(6), 11–27.
- Wahyu Sardjono, H., Widhilaga Gia Perdana, T. P., & Legowo, N. (2020). System dynamics modeling for sustainable water. *International Journal of Recent Technology and Engineering*, 8(6), 2248–2252. <https://www.ijrte.org/portfolio-item/E5674018520/>



REFERENCIAS

- Xiao-Jun, W., Jian-Yun, Z., Elmahdi, A., Rui-Min, H. E., Li-Ru, Z., & Feng, C. (2011). Water demand forecasting under changing environment: A system dynamics approach. Risk in Water Resources Management: Proceedings of Symposium H03 Held During IUGG2011, Melbourne, Australia, 1–9. <https://www.researchgate.net/publication/287272027>
- Zuluaga Duque, L. (2011). *Simulador piloto de la oferta y la demanda hídrica en una microcuenca rural para la validación de metodologías y la evaluación de políticas de manejo sostenible del agua* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/8785>



6

MODIFICACIÓN DE SUELOS SALINOS CON VIDRIO SOLUBLE PARA APLICACIONES EN CAPAS DE PAVIMENTO

MODIFICATION OF SALINE SOILS WITH SOLUBLE GLASS FOR PAVEMENT LAYER APPLICATIONS

¹³ Claudia Ximena Granados Muñoz

¹⁴ Juanita Acuña Esquivel

¹⁵ Daniel Bejarano Segura

¹⁶ Manuel Felipe López Vela

¹³ Magister en Gerencia de la Innovación en Proyectos, Universidad Cooperativa de Colombia, claudia.granadosm@campusucc.edu.co, <https://orcid.org/0009-0006-5044-8577>.

¹⁴ Estudiante de Ingeniería civil, Universidad Cooperativa de Colombia, juanita.acuna@campusucc.edu.co, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001822947, <https://orcid.org/0009-0009-3519-9076>.

¹⁵ Doctor en Educación, Universidad Cooperativa de Colombia, daniel.bejaranose@campusucc.edu.co, https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001195247, <https://orcid.org/0000-0002-6898-8073>.

¹⁶ Especialista en Gestión de Proyectos para la Ingeniería, Universidad Cooperativa de Colombia, manuel.lopezv@ucc.edu.co, <https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/EnRecursoHumano/inicio.do>, <https://orcid.org/0009-0000-5879-9300>.

RESUMEN

Esta investigación evalúa si el material pétreo del río Upín, a la altura del municipio Restrepo, Meta, cumple con las propiedades requeridas para su uso en capas granulares de la estructura de pavimentos, tanto en su estado natural como mezclado con vidrio soluble (silicato de sodio). El objetivo fue caracterizar geotécnicamente el agregado mediante ensayos de laboratorio estandarizados según normas ASTM e INVIAS, enfocándose en parámetros de dureza, limpieza, resistencia del material y gradación. El análisis se basó en una metodología experimental que incluyó muestreo, caracterización física, química y mecánica mediante la comparación con especificaciones técnicas. Adicionalmente, se evaluó el efecto en la mezcla del suelo con tres dosificaciones de vidrio soluble (1%, 3% y 5%). Los resultados mostraron que, en su estado natural, el material no cumple con las especificaciones del INVIAS para bases y subbases debido a un bajo valor de CBR (19.36%), alta cantidad de partículas planas y alargadas, deficiencia en finos intermedios y contenido de terrones de arcilla superior al permitido.

Asimismo, la adición de vidrio soluble mejoró los parámetros de compactación, pero no incrementó la resistencia estructural; por el contrario, el CBR disminuyó con mayores dosis del aditivo. Este comportamiento indica que el material pétreo del río Upín no cumple con los requisitos técnicos necesarios para aplicaciones estructurales, ni en su estado natural ni con el tratamiento evaluado, lo que descarta su uso en capas granulares de pavimento.

PALABRAS CLAVE: estabilización de suelos, agregado pétreo, vidrio soluble, subbase granular, base granular.

¿Cómo citar este capítulo?

En APA: Granados, C., Acuña, J., Bejarano, D. y López, M. (2026). Modificación de suelos salinos con vidrio soluble para aplicaciones en capas de pavimento. En Bejarano-Díaz, D. y Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 111-124). Editorial TEINCO.

DOI del capítulo: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.6>

ABSTRACT

This research evaluates whether the stone material from the Upín River, near the municipality of Restrepo, Meta, meets the properties required for use in granular layers of pavement structures, both in its natural state and mixed with soluble glass (sodium silicate). The objective was to geotechnically characterize the aggregate through standardized laboratory tests according to ASTM and INVIAS standards, focusing on parameters of hardness, cleanliness, material strength, and gradation. The analysis was based on an experimental methodology that included sampling and physical, chemical, and mechanical characterization through comparison with technical specifications. Additionally, the effect of mixing the soil with three doses of soluble glass (1%, 3% and 5%) was evaluated. The results showed that, in its natural state, the material does not meet INVIAS specifications for bases or sub-bases due to a low CBR value (19.36%), a high amount of flat and elongated particles, a deficiency in intermediate fines, and a clay lump content higher than allowed.

KEYWORDS: soil stabilization, stone aggregate, soluble glass, granular subbase, granular base.

How to cite this chapter?

In APA: Granados, C., Acuña, J., Bejarano, D. and López, M. (2026). Modificación de suelos salinos con vidrio soluble para aplicaciones en capas de pavimento. In Bejarano-Díaz, D. and Guzmán-Brand, V. (Ed.). Ingeniería, ciencia y tecnología: perspectivas desde la investigación aplicada (pp. 111-124). Editorial TEINCO.

Chapter DOI: <https://doi.org/10.64351/978-628-97363-5-9.cap.6>

INTRODUCCIÓN

La estabilización de suelos es utilizada como una estrategia para el mejoramiento de propiedades físicas, químicas y mecánicas de un material al mezclarlo con un agente estabilizante. Una de estas formas de estabilización es la química, donde se espera que la interacción entre el suelo y el compuesto logre que su comportamiento estructural mejore (Ministerio de Medio Ambiente y Medio Rural y Marino, 2008). Teniendo en cuenta lo anterior, la presente investigación pretende estabilizar el suelo de una zona local del departamento del Meta utilizando vidrio soluble, que posa como una alternativa de estabilización no convencional, la cual, según Mosquera (2011), modifica las características del suelo mediante reacciones químicas que le hacen más resistente.

El uso de materiales pétreos con alto contenido de cloruros es poco común, esto debido a aspectos como la falta de conocimiento del mismo y la poca experiencia en su manipulación, además de la inexistencia de normas y estándares para su utilización; lo cual frena los intentos por aprovecharlo en la construcción al marcar una preferencia por materiales tradicionales que han sido estudiados ampliamente. Así, este material se acumula en los lechos y riberas de los ríos, potencialmente reduciendo el área hidráulica y modificando el comportamiento de este.

En el caso particular de Restrepo (Meta), la acumulación del material de arrastre no explotado bajo los puentes disminuye el galíbo establecido en el diseño, pudiendo amenazar la estabilidad de la estructura en caso de crecientes. Además, no se encuentran estudios donde este suelo haya sido mezclado con vidrio soluble para mejorar sus características, de modo que se encuentra un vacío de conocimiento frente a si este compuesto químico contribuye al mejoramiento del comportamiento de los suelos al potenciar sus características de permeabilidad y resistencia de bases y subbases. Por tanto, surge la pregunta: ¿El material del río Upín, a la altura del municipio de Restrepo, Meta, cumple con las propiedades requeridas para su uso en bases y subbases granulares de infraestructura vial en su estado natural y mezclado con vidrio soluble?

A partir de lo anterior, la intención de utilizar el material del río Upín en Restrepo, Meta, nace de la necesidad de optimizar el aprovechamiento de los recursos locales. Por lo tanto, se decide no realizar únicamente la caracterización del comportamiento del suelo en estado natural, sino que se evalúan los cambios en sus propiedades al ser mezclado con un compuesto químico que según la revisión literaria ha dado buenos resultados en la densificación de suelos como es el vidrio soluble, para utilizarse en bases y subbases granulares. Con ello se busca diversificar los materiales empleados para estas capas de pavimento desde recursos aún sin explorar.

OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Objetivo general

- Evaluar el comportamiento del material proveniente del río Upín en su estado natural y mezclado con vidrio soluble para su uso en bases y subbases granulares de la estructura de pavimento.

Objetivos específicos

- Realizar la caracterización física, química y mecánica del material granular en sus dos condiciones: estado natural y mezclado con vidrio soluble.
- Comparar las propiedades mecánicas del material pétreo en sus dos condiciones: estado natural y mezclado con vidrio soluble.

- Verificar el cumplimiento de la normatividad vigente expedida por el Instituto Nacional de Vías (INVIAS) de bases y subbases del material del río Upín en su estado natural y tratado químicamente.

Hipótesis

Dentro del desarrollo de la presente investigación se plantean 2 hipótesis para el desarrollo de la misma, asimismo, cada una de ellas está acompañada de una hipótesis nula.

- **Hipótesis de investigación 1 (H_1).** El suelo salino puede utilizarse como material de base o subbase para pavimentos.
- **Hipótesis nula 1 (H_{01}).** El suelo salino no puede utilizarse como material de base o subbase para pavimentos.
- **Hipótesis de investigación 2 (H_2).** El vidrio soluble mejora las propiedades de compactación del suelo salino.
- **Hipótesis nula 2 (H_{02}).** El vidrio soluble no mejora las propiedades de compactación del suelo salino.

MARCO CONCEPTUAL O TEÓRICO

Pavimento flexible

Se define como una estructura vial compuesta por capas granulares, pensado para distribuir las cargas de tráfico hacia el terreno subyacente sin causar deformaciones excesivas (Reyes & Rondón, 2015). Las capas son colocadas de forma sucesiva sobre la superficie del terreno natural y son compactadas para garantizar estabilidad, resistencia y durabilidad.

Estructura de pavimento flexible

El pavimento flexible se compone por una capa de rodadura que se apoya en capas de materiales granulares competentes (León et al., 2009).

Carpeta asfáltica. También llamada capa de rodadura se compone por agregados y asfalto y, sus funciones principales son la protección de la estructura del pavimento al impermeabilizar la superficie y proporcionar confort al usuario de la vía. Es la capa que recibe directamente las cargas vehiculares, por lo que debe ser resistente a la abrasión (Garzón & Hernández, 2018).

Base granular. Ubicada directamente debajo de la carpeta asfáltica, esta capa se encarga de soportar las cargas del tráfico transmitidas desde la superficie y distribuir las hacia las capas inferiores. Los agregados empleados deben cumplir con los requisitos de calidad establecidos por el Instituto Nacional de Vías (2022), según lo estipulado en el Artículo 330-22.

Subbase granular. Esta capa posee una composición de agregados que facilita el drenaje, permitiendo transportar el agua hacia los laterales del pavimento. Asimismo, la subbase transmite las cargas al terreno y debe cumplir con las especificaciones establecidas por el Instituto Nacional de Vías (2022), según lo indicado en el Artículo 320-22.

Subrasante. Es la capa inferior y más baja de la estructura del pavimento, correspondiente al terreno natural. Suele estar compuesta por el suelo existente en el lugar, por lo que en ocasiones sus características geotécnicas no son adecuadas,

momento en que es necesario mejorar sus propiedades a través de procesos de estabilización, conocidos como mejoramiento de subrasante.

Estabilización de suelos

Es aquel proceso por el cual las propiedades físicas, químicas y mecánicas de un material se estabilizan mediante la adición de un compuesto. Este proceso comienza con la clasificación del material mediante ensayos de laboratorio, luego de esta caracterización se elige el estabilizante apropiado según las variaciones que se pretenden lograr, ya sea resistencia mecánica, permeabilidad, o durabilidad, o cualquier otra y se determina su dosificación mediante ensayos de mezcla (Garnica et al., 2002).

Estabilización de suelos con productos químicos no tradicionales

Para realizar este procedimiento deben garantizarse parámetros mínimos que aseguren aplicabilidad y estabilidad a lo largo del tiempo. Esta clase de estabilizantes se divide en emulsiones enzimáticas, materiales puzolánicos, polímeros y organosilanos, sales inorgánicas y aceites sulfonados y sales orgánicas (Instituto Nacional de Vías, 2022). Al no estar caracterizado en su totalidad el comportamiento de estos materiales en el suelo es necesario el proceso ya descrito para definir sus efectos (Instituto Nacional de Vías, 2022).

Sales inorgánicas. Compuestos químicos de naturaleza iónica que se emplean para controlar la emisión de polvo en vías no pavimentadas y reducir la plasticidad de los suelos (Instituto Nacional de Vías, 2022).

Estabilización de suelo con silicato de sodio (Na_2SiO_3)

Este compuesto ha sido utilizado en la estabilización de suelos desde hace cerca de 80 años. Se ha comprobado que este compuesto funciona particularmente cuando el suelo es rico en sales de calcio disueltas en agua, que reaccionan con el silicato y forman geles de silicato cálcico. Dichos geles se hidratan y actúan como agente cementante natural que insta a la cohesión entre las partículas del suelo, mejorando su resistencia mecánica (Garnica et al., 2002).

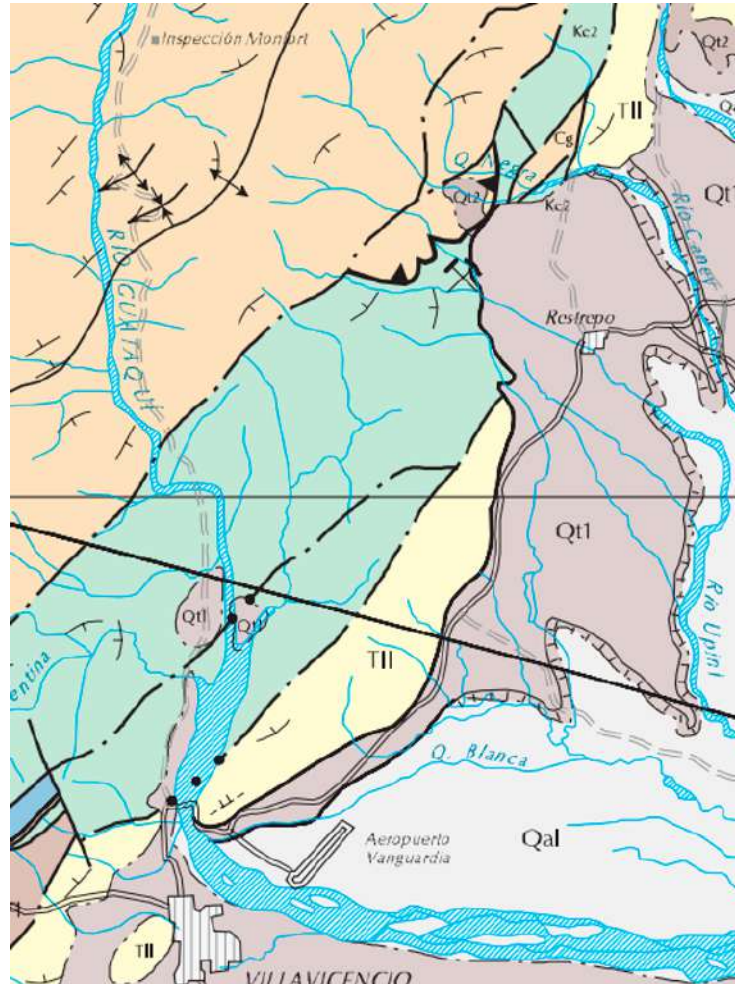
Esta combinación entre el suelo y el silicato de sodio principalmente aumenta la permanencia de agua durante el proceso de compactación, facilitando el alcance de densidades mayores, una resistencia y rigidez más altas, y una permeabilidad menor en suelos granulares (Fink, 2012).

MARCO GEOGRÁFICO

Geología local

La información geológica utilizada se basa en la plancha 247 Cáqueza, escala 1:100.000, elaborada por el Instituto Colombiano de Geología y Minería (INGEOMINAS, 2011). Dentro del área cubierta por esta plancha se localiza la zona de estudio, correspondiente a la cuenca del río Upín, lo que permite identificar con detalle las unidades litológicas presentes y las estructuras geológicas (como fallas y contactos entre formaciones).

Figura 35. Geología local cuenca del río Upín y las principales fallas geológicas



Nota. Tomado de Geología del cuadrángulo L-11 Villavicencio por Ministerio de Minas y Petróleos (2003).

La Figura 35, correspondiente a la plancha 247 Cáqueza, muestra que la cuenca del río Upín se ubica sobre rocas sedimentarias que abarcan desde el Paleozoico hasta depósitos cuaternarios, limitadas por fallas normales que condicionan la discordancia entre unidades litográficas como la Formación Lutitas de Macanal y las areniscas de la Formación Capas Rojas del Guatiquía.

Litoestratigrafía. A partir de la representación cartográfica, se describe la litografía identificada en la cuenca y las unidades aflorantes en el área de estudio:

- **Formación capas rojas del Guatiquía (DCcg).** La Formación Capas Rojas del Guatiquía se localiza al norte del área de estudio y se caracteriza por su coloración rojiza dado a la exposición y meteorización, que se da por la liberación de hierro de los minerales primarios y posterior oxidación (Flórez, 2021). Esta unidad es la más antigua que afloró en la cuenca alta del río Upín y hace parte del Grupo Farallones, originándose en la edad del Paleozoico.

Está conformada por intercaladas de areniscas cuarzosas y limolitas rojas con algunos niveles calcáreos (Pulido y Gómez, 2001). De acuerdo con la descripción litológica presentan un desarrollo de foliación y un alto grado de fracturación.

- **Formación lutitas de Macanal (K1m).** Esta formación aflora en la cuenca alta del río Upín y hace parte del Grupo Cáqueza. En general, la Formación Lutitas de Macanal, definida por Ulloa (2000), consiste principalmente de lutitas negras carbonosas con intercalaciones de areniscas cuarcíticas, arcillas esquistosas y un conglomerado cuarcítico.

Sobre el área de estudio del río Upín afloran extensamente capas delgadas de lodolitas negras calcáreas, ligeramente carbonosas y niveles ricos en restos de plantas, amonitas y bivalvos, como se identifica en la Figura 36. Esta unidad se presenta en contacto fallido con la Formación Capas Rojas del Guatiquía, en cuanto a la edad, diferentes autores han establecido el Paleozoico Superior.

Figura 36. Afloramiento formación lutitas de Macanal



Nota. Lodolitas negras calcáreas. Tomado de Ulloa, G (2000).

- **Depósitos aluviales recientes (Qal).** Los depósitos cuaternarios de origen aluvial se crean por avenidas en ríos y quebradas de material que se desplaza por las zonas de valle de las fuentes hídricas, rellenando estas depresiones en grandes extensiones. Esta unidad se forma principalmente por la sedimentación continua del río Upín, cuya composición litológica se caracteriza por la presencia de gravas, guijos y cantos en una matriz areno-lodosa, provenientes de la erosión asociada a la tectónica activa en las fallas del piedemonte llanero (INGEOMINAS, 2001).

Geología estructural

El área de estudio se localiza en el piedemonte de la Cordillera Oriental, que es considerada zona de actividad tectónica correspondiente al Sistema de Fallas del Borde Llanero, considerado como uno de los más importantes del norte de los Andes gracias a su movilidad en lapsos temporales recientes, pues la deformación de la corteza ha ocurrido en los últimos

2,5 millones de años (Muñoz et al., 2015). En este contexto, existen dos sistemas de fallas principales que conforman el marco tectónico estructural:

- **Falla de Servitá.** Es una estructura con dirección Norte-Este que pone en contacto rocas del Paleozoico de las Capas Rojas del Guatiquía con rocas del Cretácico como las Lutitas de Macanal. Por efectos de gravedad produce deslizamientos de rocas como se observa en la cuenca alta del río Upín (INGEOMINAS, 2011).
- **Falla de Upín.** Esta falla se considera subsidiaria de la Falla Servitá con dirección Norte-Este; la falla presenta cabalgamiento que genera fractura y erosión de las unidades litológicas, controlando parcialmente la disposición, relieve y la dinámica de la cuenca del río Upín.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para el desarrollo de la investigación se eligió un enfoque mixto, llevando a cabo análisis de variables cuantitativas y cualitativas desde el diseño experimental. Para ello, se consideraron las siguientes variables:

- Variable independiente: material del río Upín a la altura del municipio de Restrepo, Meta.
- Variable dependiente: índice de resistencia del material de base y subbase.
- Variable interviniente: composición del suelo en el lugar de recolección de muestras.
- Variable controlada: porcentaje de vidrio soluble.

Mediante ensayos de laboratorio se llevó a cabo la caracterización del agregado que se da al utilizar alguna de las variables tanto en estado natural como mezclado con vidrio soluble, evaluando su resistencia y durabilidad. Además, las normas ASTM se utilizan como fuente de información principal para la caracterización de agregados, mientras las normas INVIAS se utilizan para verificar el cumplimiento de los parámetros para bases y subbases granulares. Adicionalmente, se extrajo información de guías, manuales, artículos y productos de investigación pertinentes al tema.

Fases de la investigación

La primera fase de la investigación consistió en la revisión literaria de artículos, trabajos de grado, guías e informes, de orden local, nacional e internacional, con relación a la aplicación de vidrio soluble en agregados pétreos. Aspecto que dio lugar a la segunda fase, consistente en la recolección del material del río Upín a la altura del municipio de Restrepo, Meta, requerido para realizar los ensayos de laboratorio para ser caracterizado bajo la normatividad vigente. En este momento se garantizaron condiciones óptimas de almacenamiento del material para minimizar la segregación, degradación, y la contaminación con sustancias deletéreas.

Durante la tercera fase se realizaron ensayos de caracterización de los materiales, tales como la caracterización fisicoquímica de los materiales en estado natural y al mezclarse con vidrio soluble, llevados a cabo siguiendo las normas ASTM D 4972, ASTM D 2419, ASTM C 128, ASTM C 127, ASTM D 422, ASTM D 698, ASTM D 854, ASTM D 1883, ASTM C 131, ASTM C 142, ASTM D 4791. Como cuarta fase se dio la determinación de los porcentajes de uso de vidrio soluble según revisión literaria y resultados de los ensayos de la fase 3. Posteriormente se realiza la mezcla del suelo salino con el vidrio soluble en 1%, 3% y 5% y se repiten los ensayos previamente relacionados.

A partir de los resultados obtenidos en los ensayos realizados al material pétreo en estado natural y con diferentes porcentajes de vidrio soluble, se realiza, en la quinta fase, un análisis comparativo para identificar cuál de los tres porcentajes proporciona un mejor comportamiento en las propiedades físicas y mecánicas. Finalmente, se realizan las conclusiones y recomendaciones sobre el uso de este tipo de suelo.

Procedimientos

Los procedimientos realizados se clasifican de la siguiente forma:

1. Caracterización del material pétreo:
 - Inspección de campo.
2. Propiedades físicas:
 - Gravedad específica.
 - Granulometría.
 - Densidad y absorción de agregados gruesos.
 - Densidad y absorción de agregados finos.
 - Equivalente de arena.
 - Terrones de arcilla y partículas deleznales.
 - Partículas planas, alargadas o planas y alargadas.
 - Conductividad eléctrica.
3. Propiedades mecánicas:
 - Resistencia al desgaste.
 - Compactación.
 - CBR.
4. Propiedades químicas:
 - pH.
 - Salinidad.

HALLAZGOS O RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de los ensayos realizados al material pétreo del río Upín, en estado natural y con 1%, 3% y 5% de silicato de sodio.

Suelo en estado natural

Los resultados de los ensayos de laboratorio se comparan con las especificaciones establecidas por el INVIAS para materiales de base y subbase granular, para determinar si cumple con los requisitos técnicos mínimos para uso en pavimentos. Aunque la gravedad específica no es una propiedad sujeta a requisitos específicos en las normas del

INVIAS para capas de pavimento, constituye un dato fundamental en la caracterización geotécnica del agregado, su resultado fue 2,79.

Al determinar el tamaño y la distribución granulométrica de las partículas del suelo y compararlos con los límites de gradación establecidos en el Artículo 320, Subbase granular del INVIAS para las especificaciones SBG-50 y SBG-38, se identifica que el material presenta una gradación globalmente aceptable, cumpliendo con los rangos exigidos para la mayoría de las fracciones granulométricas, especialmente ajustándose a los requisitos de la SBG-50.

Sin embargo, el porcentaje del material que pasa por el tamiz No. 10 (2.00mm) no cumple el límite inferior permitido, por lo que se infiere que tiene una carga de finos ligeramente menor a la requerida. De igual forma, se compara con los límites establecidos para la subbase tipo SBG-38 y se observa que el material presenta dos fracciones por debajo del rango mínimo permitido, específicamente para el tamiz No. 4 (4.75mm) y No. 10 (2.00mm).

Por otra parte, el material fue evaluado frente a las diferentes especificaciones de base granular (BG) establecidas en el Artículo 330 del INVIAS, entre las cuales se encuentran las bases granulares de gradación gruesa BG-40 y BG-27, y las bases granulares de gradación fina BG-38 y BG-27. Al comparar la curva granulométrica del agregado, se obtuvo que presenta una mayor compatibilidad con la especificación BG-40.

El sistema Unificado de Clasificación de Suelos SUCS permite clasificar los suelos granulares según el porcentaje retenido en el tamiz No. 4 (> 4.75 mm) para determinar si el suelo granular es una grava (G) o una arena (S), se obtuvo que más del 50% del material es retenido en la malla No. 4 (4.75 mm). Lo anterior indica que el agregado está compuesto predominantemente por partículas de tamaño grueso, este resultado permite clasificar al material como un suelo granular de grava G.

De igual forma, el suelo fue clasificado según el Sistema AASHTO de la *American Association of State Highway and Transportation Officials*, utilizando los resultados de granulometría y de acuerdo con la norma I.N.V. E-180. Este análisis indica que el material pertenece al grupo A-1, específicamente dentro de los subgrupos A-1-a o A-1-b, lo cual lo define como un suelo granular bien graduado.

La resistencia a la abrasión en la máquina de Los Ángeles es un requisito exigido tanto para bases como para subbases granulares, aunque con rangos de aceptación diferentes según el tipo de capa. Sin embargo, cuando se compara con los requisitos más exigentes aplicables a bases granulares (BG), el material no cumple con ninguna de las especificaciones, pese a que el agregado pétreo del río Upín presenta un comportamiento adecuado para ser utilizado como subbase granular.

Asimismo, se determinó la humedad óptima para la compactación del material mediante el ensayo de Proctor estándar, aspecto que indica que la humedad óptima para el agregado pétreo del río Upín es del 9.8%, valor en el cual se alcanza la máxima densidad seca. A partir de esta humedad óptima, se evaluó la capacidad de soporte del suelo utilizando el ensayo de CBR (*California Bearing Ratio*) mediante la relación entre el esfuerzo y la deformación en diferentes estados de compactación. Al evaluar el valor obtenido de 19.36% frente a las diferentes categorías establecidas en los Artículos 330 (Bases granulares) y 320 (Subbases granulares), se observa que el material no cumple con ninguna de las especificaciones.

Por otra parte, el equivalente de arena constituye un indicador de la limpieza del agregado y de la cantidad relativa de material arcilloso o limo presente en una muestra de suelo, el ensayo arrojó un equivalente de arena de 75% lo que indica una alta presencia de arena limpia y un contenido bajo de finos plásticos, se concluye que el material cumple ampliamente con la normativa.

El contenido de terrones de arcilla y partículas deleznable mide la cantidad de material que puede desintegrarse al estar expuesto a la humedad, para esto el valor obtenido fue 7.62%, a partir de lo cual se determina que el material no cumple con ninguna de las categorías permitidas. El material analizado demostró ser coherente entre las observaciones realizadas en la visita de campo y los resultados obtenidos en laboratorio, esto evidenció una alta proporción de partículas planas y alargadas, característica que fue confirmada mediante el ensayo de partículas planas y alargadas, cuyos resultados indicaron un porcentaje superior al límite máximo permitido por la normativa INVIAS para bases granulares.

Se evaluó el potencial de hidrógeno (pH) mediante dos métodos, obteniéndose un valor aproximadamente de 3, lo que se encuentra en un rango altamente ácido, que puede estar asociado a la presencia de minerales sulfurados, especialmente pirita de la Formación Lutitas de Macanal y los minerales de hierro de la Formación Capas Rojas del Guatiquía.

El análisis de agua realizado al cauce del río Upín arrojó un pH de 7.12, este resultado sugiere que el sistema fluvial mantiene una química acuosa estable y compatible con usos múltiples, incluyendo riego, vida acuática y construcción. A su vez, la absorción de los agregados fino y grueso no son un requisito de aceptación directo en las especificaciones del INVIAS para materiales utilizados en capas de base y subbase granular, sin embargo, su determinación es fundamental por razones prácticas y técnicas.

Ahora bien, la constante de permeabilidad indica una “alta permeabilidad” lo que es consistente con su naturaleza granular, ya que los suelos arenosos suelen poseer poros interconectados de tamaño suficiente para permitir un flujo relativamente rápido del agua. La prueba de permeabilidad se realizó sobre la fracción fina del agregado, es decir, el material que pasa el tamiz No. 10.

La conductividad eléctrica (CE) medida en el suelo en estado natural fue de 0.96 dS/m, mientras que la del agua superficial del río Upín fue de 0.38 dS/m, estos valores indican que el suelo y el agua no presentan condiciones de salinidad significativa, ya que ambos se encuentran por debajo del límite de 4 dS/m que define un suelo salino (Brusseau et al., 2019).

Suelo mezclado con vidrio soluble

Los análisis se centraron especialmente en las propiedades de la fracción fina, ya que es en esta donde se espera una mejora significativa en parámetros como la resistencia mecánica, compactación y estabilidad estructural. Respecto a los parámetros de compactación donde se relaciona la humedad óptima y densidad seca, se observó que ambos parámetros aumentan progresivamente a medida que se incrementa el porcentaje de silicato de sodio añadido al material (1%, 3% y 5%), esto indica que influye favorablemente en la capacidad del agregado fino para retener agua y lograr una mayor densificación durante el proceso de compactación, el aumento en la humedad óptima sugiere que mejora la cohesión entre partículas, requiriendo una mayor cantidad de agua.

A pesar de que la adición de silicato de sodio mejoró significativamente los parámetros de compactación, este beneficio no se reflejó en el valor de CBR, parte del agua adicionada queda fuertemente retenida en los geles de silicato formados, sin contribuir al contacto efectivo friccionante entre partículas lo que genera una matriz más blanda y deformable explicando la disminución en el valor del CBR.

A medida que se incrementó el porcentaje de silicato de sodio, se observó una disminución progresiva del equivalente de arena (EA), por la formación de geles superficiales que actúan como recubrimiento sobre las partículas, dificultando su desintegración durante el ensayo. La absorción del material aumentó con la adición de silicato de sodio, lo cual es coherente con los resultados obtenidos en el ensayo de compactación. Este incremento es esperado, ya que el silicato favorece la

formación de geles húmedos en la fracción fina, lo que aumenta la capacidad del agregado para absorber y retener agua en sus poros.

El tratamiento con silicato de sodio generó un cambio significativo en el pH del material, pasando de un valor ácido ($\text{pH} = 3$) en estado natural a un entorno claramente alcalino ($\text{pH} > 9$) después de la adición del compuesto. Este cambio es coherente porque el silicato de sodio es una sustancia alcalina que cuando se disuelve en agua forma una solución alcalina.

Los resultados de permeabilidad indican un aumento progresivo a medida que se incrementa la incorporación de vidrio soluble, con valores de 2.80×10^{-3} , 2.90×10^{-3} y 3.82×10^{-3} cm/s para los porcentajes de 1%, 3% y 5% de silicato de sodio respectivamente, este comportamiento sugiere que, aunque promueve cierta cohesión entre partículas finas, no genera una red cementante densa ni reduce eficazmente los poros interconectados.

La adición de silicato de sodio al material pétreo del río Upín generó un aumento progresivo de la conductividad eléctrica, alcanzando valores de hasta 6 dS/m, lo cual indica un incremento considerable en la concentración de iones disueltos en el medio poroso, resultado que clasifica como un suelo moderadamente salino (Brusseau et al., 2019). Las sales disueltas en el agua del río Upín fueron 248 mg/L, indica una baja cantidad de estas sales; esto debido a que las clasificaciones internacionales indican agua dulce, pese a la presencia de formaciones geológicas potencialmente solubles en las cercanías (como el domo de sal), el cauce no presenta acumulación significativa de sales, probablemente debido al alto régimen pluvial y al constante transporte fluvial.

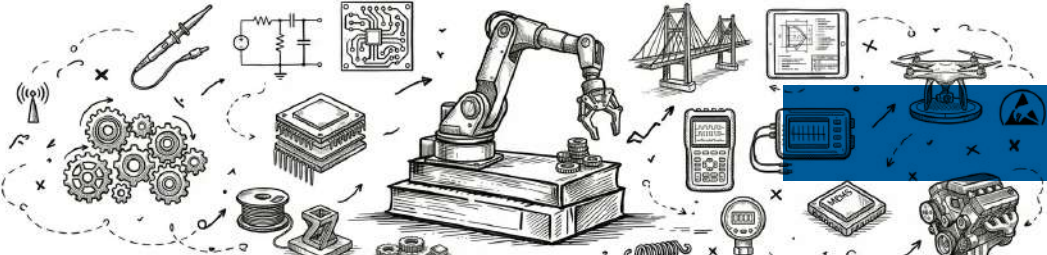
CONCLUSIONES

La cuenca alta del río Upín presenta condiciones naturales extremas, particularmente lluvias torrenciales, topografía escarpada y alta actividad tectónica, lo que contribuye significativamente a la inestabilidad de las laderas y al debilitamiento de las capas superficiales del suelo. Estas condiciones se suman a la presencia de formaciones geológicas altamente fracturadas como las Lutitas de Macanal y la Formación Capas Rojas del Guatiquía, que facilitan la erosión y transporte de material, lo que las convierte en fuente importante de sedimento en el cauce del río. Este proceso de liberación y movilización de detritos alimenta el lecho fluvial, aumentando el riesgo de colmatación y afectando la dinámica sedimentaria de toda la cuenca.

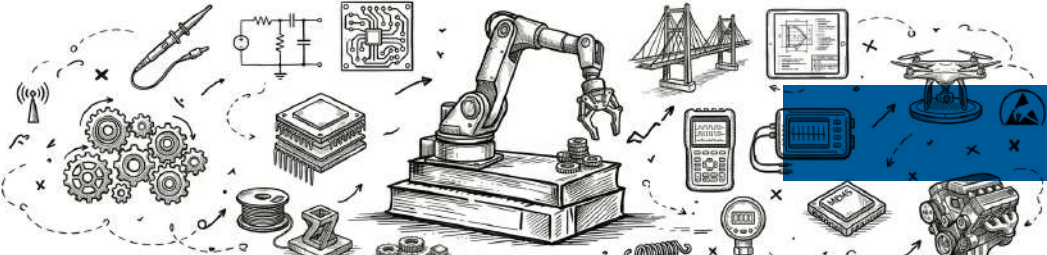
Según los parámetros dictaminados por la normatividad del INVIAS 2022 el material del río Upín, en su estado natural, no cuenta con las propiedades suficientes para cumplir con las especificaciones exigidas para bases y subbases granulares, descartando su explotación con el fin de mitigar el proceso de colmatación del río y ser una fuente alternativa para las tradicionales altamente explotadas. Deficiencias como un bajo valor de CBR (19.36%), alta cantidad de partículas planas y alargadas y el contenido de terrones de arcilla superior al permitido, determinan que su calidad estructural es baja, por lo que no es recomendable su uso directo en infraestructura vial sin tratamiento previo.

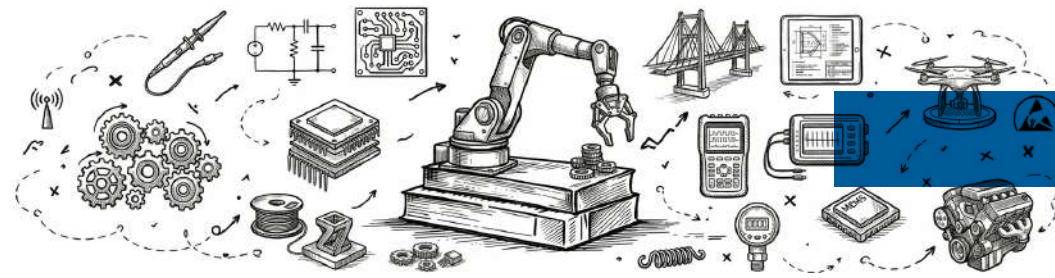
Aunado a esto, la adición de vidrio soluble (silicato de sodio) en los porcentajes evaluados (1%, 3% y 5%) no generó mejoras significativas en las propiedades mecánicas, y en algunos casos, como el CBR, se observó un deterioro progresivo con el aumento del aditivo, por lo que su utilización fue en detrimento del desempeño. Este comportamiento sugiere que, bajo las condiciones de este estudio, el silicato de sodio no actúa como un estabilizante efectivo para este tipo de agregado, posiblemente debido a la naturaleza de los finos, la falta de curado óptimo o la formación de geles frágiles.

INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA: PERSPECTIVAS DESDE LA INVESTIGACIÓN APLICADA



REFERENCIAS

- INGENIERÍA, CIENCIA Y TECNOLOGÍA: PERSPECTIVAS DESDE LA INVESTIGACIÓN APLICADA
- 
- # REFERENCIAS



REFERENCIAS

- Reyes, F. A., & Rondón, H. A. (2015). *Pavimentos: materiales, construcción y diseño*. Ecoe Ediciones.
- Ulloa, G. (2000). *Formación Lutitas de Macanal*. Ministerio de Minas y Energía.

Esta obra reúne investigaciones relacionadas con la ingeniería y ciencias aplicadas que exploran, desde enfoques interdisciplinarios, la modelación matemática, la simulación computacional y el análisis de fenómenos físicos, ambientales y tecnológicos. A través de estudios relacionados con ecuaciones diferenciales, dinámica oceánica, propagación sísmica, inteligencia computacional, sostenibilidad hídrica y materiales para infraestructura, el libro propone una mirada integradora sobre los desafíos científicos actuales. Cada capítulo evidencia cómo la investigación aplicada se convierte en una herramienta fundamental para comprender sistemas complejos y generar soluciones orientadas a la innovación, la sostenibilidad y el fortalecimiento del conocimiento científico con impacto social y territorial.



TEINCO
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

VIGILADA MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL